

# Razvoj koncepta oblik i prostor kod djece rane i predškolske dobi

---

**Nejašmić, Kristina**

**Master's thesis / Diplomski rad**

**2024**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University of Zadar / Sveučilište u Zadru**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:162:770479>

*Rights / Prava:* [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-12-18**



**Sveučilište u Zadru**  
Universitas Studiorum  
Jadertina | 1396 | 2002 |

*Repository / Repozitorij:*

[University of Zadar Institutional Repository](#)



Sveučilište u Zadru

Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja

Sveučilišni diplomski studij

Rani i predškolski odgoj i obrazovanje

**Kristina Nejašmić**

**Razvoj koncepta oblika i prostora kod djece rane i  
predškolske dobi**

**Diplomski rad**

Zadar, 2024.

Sveučilište u Zadru

Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja - Odsjek za predškolski odgoj

Sveučilišni diplomski studij

Rani i predškolski odgoj i obrazovanje

Razvoj koncepta oblika i prostora kod djece rane i predškolske dobi

Diplomski rad

Student/ica:

Kristina Nejašmić

Mentor/ica:

Doc.dr.sc. Maja Cindrić

Zadar, 2024.



## Izjava o akademskoj čestitosti

Ja, **Kristina Nejašmić**, ovime izjavljujem da je moj **završni** rad pod naslovom „**Razvoj koncepta oblika i prostora kod rane i djece predškolske dobi**“ rezultat mojega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na izvore i radove navedene u bilješkama i popisu literature. Ni jedan dio mojega rada nije napisan na nedopušten način, odnosno nije prepisan iz necitiranih radova i ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem da ni jedan dio ovoga rada nije iskorišten u kojem drugom radu pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj, obrazovnoj ili inoj ustanovi.

Sadržaj mojega rada u potpunosti odgovara sadržaju obranjenoga i nakon obrane uređenoga rada.

Zadar, 30. listopada 2024.

## **Razvoj koncepta oblika i prostora kod djece rane i predškolske dobi**

### **SAŽETAK**

Ovaj diplomski rad bavi se razvojem geometrijskih pojmova kod djece rane i predškolske dobi, s posebnim naglaskom na koncept oblika i prostora. Cilj rada je istražiti kako djeca različite dobi prepoznaju, razumiju i koriste geometrijske oblike kroz svakodnevne aktivnosti, igru i strukturirane pedagoške metode. Kroz pregled različitih teorija učenja, poput Piagetove, Brunerove i Vigotskijeve, te primjenom Van Hieleove teorije geometrijskog mišljenja, rad analizira kako djeca prolaze kroz različite razine spoznaje oblika – od prepoznavanja oblika do sposobnosti analize i deduktivnog razmišljanja o geometrijskim svojstvima.

Rad također naglašava važnost korištenja praktičnih aktivnosti i poticajnog okruženja u vrtiću, koje omogućava djeci da istražuju i uče o oblicima i prostoru kroz konkretne materijale i interakciju s okolinom. Kroz igru, promatranje i manipulaciju predmetima, djeca razvijaju ključne matematičke pojmove koji čine temelj za kasniji kognitivni razvoj. Poseban fokus je stavljen na primjenu geometrijskih igara i didaktičkih materijala, poput Dienesovih blokova i Montessori metoda, koje omogućuju djeci da razviju logičko-matematičko razmišljanje i prostornu percepciju.

Zaključno, rad ističe kako rana i sustavna edukacija u području geometrije ne samo da potiče intelektualni razvoj djece, već i doprinosi njihovom boljem razumijevanju svijeta oko sebe. Kvalitetan pedagoški pristup, podržan teorijskim modelima i praktičnim aktivnostima, ključan je za uspješno uvođenje djece u svijet matematike i pripremu za buduće obrazovne izazove.

Ključne riječi: geometrijski pojmovi, oblik, prostor, rani razvoj, predškolska dob, teorije učenja, Van Hieleova teorija, praktične aktivnosti, igra, didaktički materijali, kognitivni razvoj.

## **Development of the concept of shape and space in children of early and preschool age**

### **ABSTRACT**

This graduate thesis deals with the development of geometric concepts in children of early and preschool age, with special emphasis on the concept of shape and space. The aim of the work is to investigate how children of different ages recognize, understand and use geometric shapes through everyday activities, play and structured pedagogical methods. Through an overview of different learning theories, such as Piaget's, Bruner's and Vygotsky's, and by applying Van Hiele's theory of geometric thinking, the paper analyzes how children go through different levels of shape recognition - from shape recognition to the ability to analyze and deductively think about geometric properties. The paper also emphasizes the importance of using practical activities and a stimulating environment in kindergarten, which allows children to explore and learn about shapes and space through concrete materials and interaction with the environment. Through play, observation and manipulation of objects, children develop key mathematical concepts that form the basis for later cognitive development. Special focus is placed on the application of geometric games and didactic materials, such as Dienes blocks and Montessori methods, which enable children to develop logical-mathematical thinking and spatial perception. In conclusion, the paper points out that early and systematic education in the field of geometry not only encourages the intellectual development of children, but also contributes to their better understanding of the world around them. A high-quality pedagogical approach, supported by theoretical models and practical activities, is key to successfully introducing children to the world of mathematics and preparing them for future educational challenges.

Key words: geometric concepts, shape, space, early development, preschool age, learning theories, Van Hiele's theory, practical activities, games, didactic materials, cognitive development.

## Sadržaj

1. Uvod.....	1
2. Teorije učenja .....	2
2.1. Konstruktivistička teorija Jean Piageta i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora .....	3
2.2. Konstruktivistička teorija Jerome Brunera i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora.....	4
2.3. Konstruktivistička teorija Lava Vigotskog i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora.....	5
2.4. Konstruktivistička teorija Zoltana Dienes i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora.....	6
3. Pedagoške misli o usvajanju osnovnih matematičkih pojmova .....	8
4. Razvoj geometrijskog mišljenja kod djece Van Hielova teorija .....	10
5. Što djeca rane i predškolske dobi trebaju znati o obliku i prostoru .....	15
5.1. Psihološki temelji učenja geometrijskih pojmova.....	15
5.2. Razvijanje prvih spoznaja o geometrijskim oblicima .....	17
5.2.1. Klasifikacija oblika .....	19
5.2.2. Imenovanje oblika .....	20
5.2.3. Razumijevanje oblika .....	21
5.2.4. Kompozitivni i raspadajući oblici .....	22
5.3. Učenje geometrijskih oblika, praktične aktivnosti .....	23
5.4. Učenje o oblicima u ravnini .....	26
5.5. Kroz likovno izražavanje .....	30
6. Razvijanje spoznaje prostorne dimenzije .....	32
6.1. Važnost razumijevanja prostorne dimenzije u matematici.....	33
6.2. Razvoj opažanja prostornih dimenzija .....	39
6.2.1. Shvaćanje prostornih dimenzija .....	40

6.2.2. Serijacija predmeta prema prostornim dimenzijama.....	45
7. Promicanje dobrih početaka matematike u ranom djetinjstvu .....	47
8. Poticajno okruženje vrtića .....	50
8.1. Prostorno okruženje.....	50
8.2. Uloga odgojitelja .....	<b>Pogreška! Knjižna oznaka nije definirana.</b>
8.3. Okruženje za učenje matematičkih pojmova .....	52
9. Igra u funkciji matematičkih pojmova .....	52
9.1. Nekoliko primjera igara iz prakse .....	53
10. Istraživanje geometrijskih oblika kroz igru; aktivnosti i metode u dječjem vrtiću „Maslina“ .....	55
11. Zaključak.....	60
12. Slikovni prilozi razvoj koncepta oblik i prostor kod djece predškolske dobi ...	<b>Pogreška! Knjižna oznaka nije definirana.</b>
13. Literatura .....	65
14. Mrežni izvori .....	66
15. Mrežni izvori slika .....	67



## 1. Uvod

Treba li dijete učiti matematiku prije škole? Iako se ovo pitanje rijetko izravno postavlja, matematika doprinosi boljem razumijevanju prirodnog i društvenog okruženja. Osim što obogaćuje sposobnost razmišljanja, matematika potiče i uči djecu o međusobnim stvarima i razvija njihove misaone i fizičke funkcije. „ *Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje* „ (2014) promovira, jača i zalaže se za razvoj osam ključnih kompetencija koje su potrebne za cjelovito učenje. „ Ova kompetencija razvija se kroz svakodnevne aktivnosti i rješavanje problema koristeći matematičko razmišljanje djece.“ (NKRPOO, 2014;13).

Kako uvesti dijete predškolske dobi u svijet matematike? Danas se sve više prepoznaje potreba da se djeci približi matematika tako da im se pokaže kako matematika pomaže razumjeti svijet oko njih. Predškolska djeca trebaju postupno i sustavno otkrivati taj svijet na način koji im je prilagođen. Kroz igru, promatranje i aktivnosti prilagođene njihovim sposobnostima, djeca razvijaju razumijevanje pojmova. Kroz zabavne probleme i zadatke, uvode se u osnove matematičke koncepte. Jedna od ključnih modela za razumijevanje razvoja geometrijskog mišljenja kod djece je Van Hieleova teorija. Ova teorija opisuje pet razvojnih razina koje djeca prolaze dok uče o geometriji koju ćemo više razraditi tokom rada.

Razvoj osnovnih matematičkih pojmova pripada području intelektualnog obrazovanja tj. kognitivnog razvoja. Razvoj kognitivnih sposobnosti kod djece ključan je za njihov ukupni razvoj i budući uspjeh. Posebno važni aspekti ovog razvoja su razumijevanje oblika i prostora, koji su temeljni za mnoge kasnije vještine, uključujući čitanje, pisanje i matematiku. Djeca u ranoj i predškolskoj dobi počinju razvijati ove koncepte kroz igru i svakodnevne aktivnosti. Međutim, unatoč njihovoj važnosti, postoji relativno malo istraživanja koja se bave specifičnim načinima na koje se ovi koncepti razvijaju kod djece u ovoj dobnoj skupini.

Predmet ovog rada je razvoj koncepta oblika i prostora kod djece u ranoj i predškolskoj dobi. Cilj je istražiti kako djeca različite dobi prepoznaju i razlikuju oblike, te kako koriste prostor tijekom igre, oslanjajući se na Van Hielovu teoriju kao osnovu za razumijevanje njihovog napredovanja. Također, želimo identificirati ključne faktore koji utječu na razvoj ovih koncepata.

## 2. Teorije učenja

Djeca predškolske dobi imaju specifične karakteristike u svom razvoju, posebno u spoznajnom aspektu. Matematički sadržaji su po svojoj prirodi apstraktni, no kako bi se izbjegle prekomjerne razine apstrakcije i osigurao razvoj matematičkih koncepata u skladu s prirodnim razvojnim putem djeteta, ključno je razumjeti temeljne karakteristike tog razvojnog procesa. Djeca u predškolskoj dobi često uče putem konkretnih aktivnosti i igre, koje im pomažu da razumiju apstraktne matematičke pojmove poput oblika i prostora. Kako bi razvoj matematičkih pojmova bio u skladu s prirodnim razvojem djeteta, važno je koristiti metode koje odgovaraju njihovoj kognitivnoj razini.

Pamela Liebeck (1990;11) u svojoj knjizi „*Kako djeca uče matematiku*“, uvodi koncept poznat kao „I-G-S-Z metoda“. Ako se kratice prevedu na hrvatski jezik, ključni elementi ove metode su iskustvo, govor, slika i znak. Posebnost geometrije leži u tome što se u nižim razredima osnovne škole ostaje na osnovnom nivou razumijevanja, ali također pronalazi primjenu u svakodnevnom životu. Pamela Libceh u svojoj knjizi „*Kako djeca uče matematiku*“ (1984) navodi kako se geometrijski pojmovi obrađuju prema I-G-S-Z modelu.

I – iskustvo s fizičkim predmetima (poput gledanja, dodirivanja, kušanja, držanja, kotrljanja ili bacanja lopte.)

G – govorni jezik koji prati takva iskustva (povezuje zvuk riječi „lopta“ s igračkom, izgovori li riječ možda će mu netko dati loptu da se igra)

S – slike koje prikazuju to iskustvo (prepoznaje sliku lopte. Slika lopte razlikuje se od djetetove stvarne lopte, ona ne kotrlja se, a drugačiji je osjećaj pod prstima. Dijete vidi zajednička obilježja i može je nazvati loptom.)

Z – pismeni znakovi koji generaliziraju to iskustvo (poslije dolazi do upoznavanja znakova, slova kojima se zvuk označava.)

Mnogi psiholozi su proučavali dječji spoznajni razvoj, a njihovi rezultati predstavljaju ključnu osnovu za metodički pristup u razvoju matematičkih pojmova. U ovom tekstu ćemo ukratko izložiti neke od najvažnijih uvida relevantnih za metodički pristup u razvoju matematičkih koncepata. Iako su mnogi od tih psihologa radili i istraživali u različitim vremenskim periodima u društvenim uvjetima, mnoge njihove spoznaje ostaju i danas relevantne, integrirane u različite

sustave znanja o predškolskoj djeci. Njihova znanstvena otkrića i dalje imaju značajnu vrijednost u današnjim uvjetima te čine ključnu osnovu za sve interpretacije dječjeg razvoja i predstavljaju polazište za nova znanstvena istraživanja. Rezultati njihovih istraživanja predstavljaju izazov za nadolazeću generaciju psihologa, koji nastoje potvrditi ili opovrgnuti prethodne nalaze te razviti nove teorije na temelju tih ranijih istraživanja. Kao i mnogi autori započet ćemo sa jednim od najpoznatijih svjetskih psihologa.

## **2.1. Konstruktivistička teorija Jean Piageta i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora**

Piaget smatra da kognitivni razvoj prolazi kroz određene faze koje su nepromjenljive, a dio su biološkog procesa koji se ne može ubrzati kroz podučavanje. Pored teorije kognitivnog razvoja, Piaget je razvio i teoriju učenja. Prema njegovom mišljenju, učenje je odvojeno od kognitivnog razvoja, ali se odvija u skladu sa fazom kognitivnog razvoja u kojoj se dijete nalazi kroz interakciju s okolinom (P. Liebeck 1990;233). Pamela dalje u svom priručniku navodi kako je Piaget istaknuo da razmišljanje i učenje zahtijevaju od nas da rastavimo i ponovno sastavimo fizičke i mentalne aspekte iz okoline. Definirao je tri osnovna procesa učenja; oblikovanje mentalnih pojmova, prilagođavanje tih pojmova kroz iskustva i povezivanje pojmova kroz strukture (P. Liebeck 1990;234). Primjerice dijete prvo prepoznaje pojam „moja lopta“ kada je vidi, zatim taj pojam prilagođava prepoznajući i druge slične predmete kao što su lopte s radnjom da se kotrljaju. Piaget također objašnjava kako se prilagođavamo novim iskustvima kroz način asimilacije gdje integriramo nova iskustva u postojeće pojmove i akomodacijom gdje mijenjamo naše pojmove kako bi uključili nova iskustva. Asimilacija se može smatrati „ugodnom prilagodbom“ dok akomodacija može uzrokovati neravnotežu između starih pojmova i novih iskustava (P. Liebeck 1990; 234).

Piaget je također isticao da je prilagodba ključna za učenje. Smatrao je da svaki put kada djeci kažete nešto što bi mogla sama otkriti, zapravo ih ometate u procesu učenja kroz asimilaciju i akomodaciju, ali ako sama dođu do tog zaključka razumjeti će dublje značenje unutar našeg brojevnog sistema.

## **2.2. Konstruktivistička teorija Jerome Brunera i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora**

Jerome Bruner jedan od najvažnijih psihologa današnjice, dijeli Piagetovo stajalište da je spoznaja aktivna konstrukcija subjekta. Međutim, Bruner se protivi bio logističkom pristupu razvoju, smatrajući da unutarnji pokretač učenja ne može postojati bez vanjskog poticaja (P. Liebeck 1990;236). Kao ključne vanjske „pojačivače“ učenja, Bruner prepoznaje društvene subjekte, obitelj i obrazovne institucije, što ga približava teoriji Lava Vigotskog.

U objašnjavanju tri faze prikazivanja stvarnosti—akcijske, ikonična i simbolička —Bruner ističe da je mentalna predstava objekta neodvojiva od djetetovih akcija prema tom objektu, dok riječ predstavlja najviši nivo reprezentacije stvarnosti. Posebno ističe važnost govora, jer smatra da riječi olakšavaju formiranje pojmova budući da stabilizacija pojmova zahtijeva verbalnu podršku (P.Liebeck 1990; 237). Autorica navodi također da ovdje možemo uočiti sličnosti sa slijedom učenja „I-G-S-Z“. Akcijski način odgovara fazi I što je fizičko iskustvo, grafički način odgovara fazi S- slike, a simboličkim fazama G i Z što su govorni i pismeni znakovi.

Bruner se, više od Piageta, fokusirao na proučavanje obrazovnih sustava i njihovog utjecaja na dječji razvoj. Njegove teorije imaju značajne pedagoške implikacije, osobito za razvoj matematičkih pojmova u ranoj dobi. Rano obrazovanje igra ključnu ulogu u pozitivnom razvoju djeteta i treba biti prilagođeno razvojnim fazama na način koji je kako intrigantan, tako i pedagoški ispravan (Z. Marendić, 2009;133).

Proces učenja postaje svrhovitiji, zanimljiviji i učinkovitiji kada se temelji na unutarnjoj motivaciji učenika, stoga je važno poticati kognitivne procese koji su relevantni za razvoj. Djeca su sposobna razumjeti brojne koncepte ako im se sadržaj prenese na način koji odgovara njihovom stupnju razumijevanja i prihvatljiv za njih. Kognitivni razvoj treba se temeljiti na aktivnostima konstruiranja znanja. Stoga je potrebno staviti naglasak na učenje općih načela, ideja i prijenos znanja. Učenje i komunikacija su nerazdvojivi; govor igra ključnu ulogu u dječjem kognitivnom razvoju djece. Poučavanje, komunikacija i suradnja između djece i odraslih imaju izuzetnu važnost u procesu učenja i rješavanja problema (Z. Marendić, 2009;133).

### **2.3. Konstruktivistička teorija Lava Vigotskog i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora**

Vigotski je pridavao veliku važnost kvalitetne komunikacije među svim sudionicima obrazovnog procesa, smatrajući je jednim od ključnih čimbenika i pokretača kognitivnog razvoja. Posebno je isticao važnost „zone sljedećeg razvoja“, smatrajući da je poticanje ove faze ključno za dječji kognitivni napredak. Prema njegovim riječima, „zona sljedećeg razvoja ima važniji utjecaj na intelektualni razvoj i postizanje uspjeha od trenutne razine djetetovog razvoja.“ (Z. Marenić 2009; 134).

Vigotski je analizirao dječji kognitivni razvoj kroz nekoliko razvojnih stupnjeva, uključujući sinkretičko mišljenje, mišljenje u kompleksima, fazu potencijalnih pojmova (s prisutnošću analitičkih i apstraktnih misaonih procesa) te stvaranje pravih pojmova. Smatrao je da je rani razvoj iznimno složen i da se različiti oblici mišljenja ne razvijaju linearno, već da mnogi od njih napreduju simultano (Z. Marenić, 2009; 134).

Pedagoške posljedice njegove teorije razvoja djeteta, koje su posebno relevantne za obrazovanje male djece, uključuju potrebu za razlikovanjem metoda poučavanja predškolske djece od onih za školsku djecu. U procesu razvoja djeteta važno je uzeti u obzir različite faze razvoja misaonih sposobnosti. Učenje treba biti usklađeno s razvojnim stupnjevima djeteta. Suradnja omogućava djetetu postizanje boljih rezultata u usporedbi s radom samostalno ali unutar određenih granica definiranih njegovom razinom razvoja i intelektualnim sposobnostima. Dijete lakše rješava zadatke koji su najbliži njegovoj razini razvoja u suradnji s drugima, a ono što danas može učiniti uz pomoć, sutra će biti u mogućnosti postići samostalno. Važno je poticati funkcionalnu upotrebu jezika i poticati dijete da verbalizira svoje postupke i odnose. Dječji razvoj treba se odvijati kroz igru ili praktične aktivnosti, pri čemu je uloga odgojitelja da organizira i oblikuje okolinu te da potiče i održava djetetovu aktivnost (Z. Marenić ,2009;134).

## 2.4. Konstruktivistička teorija Zoltana Dienes i dječje razumijevanje koncepta oblika i prostora

Zoltan Dienes bio je međunarodno priznati mađarski matematičar i obrazovni psiholog koji je vjerovao da se matematičke strukture mogu učinkovito podučavati djeci osnovnoškolske dobi pomoću didaktičkog alata, igara i priča. U skladu s ranijim idejama obrazovnog psihologa Jeana Piageta, Dienes je smatrao da matematiku definiraju strukture i obrasci. (Pristupljeno 28. 8. 2024. [https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n\\_P%C3%A1l\\_Dienes](https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n_P%C3%A1l_Dienes)). Primijetio je da su ključni matematički koncepti zasnovani na istom načinu razmišljanja i procesima koji se nalaze u većim konceptualnim sustavima. Uvođenjem tih struktura na osnovnoškolskoj razini, vjerovao je da se djeca mogu usmjeriti na višem nivou razmišljanja mnogo ranije nego što se očekuje. U učionicama širom svijeta, Dienes je promatrao kako izmišljanje pravila igre koja odgovaraju pravilima matematičkih sustava koristi prirodnu sklonost djece ka učenju kroz igre. Dienes je također otkrio da su konkretni didaktički alati još jedan učinkovit način za uvođenje složenih matematičkih koncepata. Dizajnirao je Base 10 blokove (koji se često nazivaju Dienes blokovi) kako bi pomogao djeci da uče osnovne matematičke sustave na zanimljiv način. Protivno ideji da mala djeca nisu sposobna učiti složene matematičke strukture, Zoltan Dienes koristio je igre, pjesme i ples kako bi matematiku oživio (P.Liebeck,1984;239).

Poznat u obrazovnim krugovima kao ‘neobični matematičar’, Zoltan Dienes vjerovao je u snagu učenja matematike kroz igre. Njegova utjecajna teorija ostavila je trajni utjecaj na to područje i osnova je pristupa savladavanja matematike koji se primjenjuje danas.

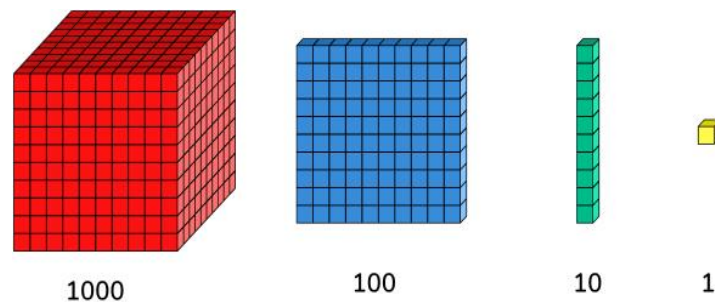
Zoltan Dienes vjerovao je u učenje matematike kroz igre iz nekoliko ključnih razloga: (E. Melver, 2022).

- **Povećavaju užitek i motivaciju učenika** - Dienes je naglašavao da djeca ne moraju dosegnuti određenu razvojnu fazu da bi uživala u matematici. Ono što je važno je da nauče kako razmišljati. Igranje matematičkih igara može promijeniti percepciju matematike kao nepristupačne i dosadne, pokazujući djeci da razumijevanje matematičkih obrazaca može biti ugodno i motivirajuće.
- **Razvijaju vještine rješavanja problema**- Igre kao što su "Zmije i ljestve", "Monopoly" i "Scrabble" skrivaju matematička pravila i strukture koje pomažu djeci u razvoju vještina rješavanja problema kao što su metoda pokušaja i pogreške, pojednostavljivanje zadataka, traženje obrazaca, oblikovanje i testiranje hipoteza, te

zaključivanje i dokazivanje. Istraživanja su pokazala da igre poboljšavaju konceptualno razumijevanje i vještine rješavanja problema, kao i da potiču ponašanje usmjereno na rješavanje problema, čak i kod djece koja te vještine još nemaju.

- **Pomažu u vježbanju i jačanju matematičkih vještina** - Igre ne samo da pomažu u razvoju vještina rješavanja problema, već također omogućuju učenicima da prakticiraju i učvrste svoje matematičke vještine. Učenje kroz igre s postavljenim ciljevima pomaže djeci da razviju strategije i ustrajnost, te stječu osjećaj optimizma i svijest da mogu učiti i napredovati suočavajući se s novim izazovima. Igre također potiču dublje razmišljanje bez dosadnog učenja napamet, čime se izbjegava konfuzija uzrokovana uvodnim teškim simbolima.

Dienes je bio pionir u demokratizaciji učenja i rješavanja problema, stalno se usredotočujući na razumijevanje kako djeca uče tako što im prilazi tamo gdje se nalaze.



*Slika 1. Dienesovi blokovi*

Preuzeto 28.8.2024. [https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n\\_P%C3%A1l\\_Dienes](https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n_P%C3%A1l_Dienes)

Svi navedeni autori i psiholozi slažu se u naglašavanju da se matematički pojmovi „konstruiraju“ koristeći predmete, objekte i pojave iz stvarnog svijeta. Ovi pojmovi se povezuju i odnose na mentalnom nivou uz pomoć simboličkih struktura kao što su govor i pisani znakova. Ovaj pristup je ključno metodičko uporište u razvoju matematičkih pojmova, ističući da neposredna okolina, uključujući ne samo fizičko okruženje nego i dječju socijalnu sredinu, igra nezamjenjivu ulogu u razvoju logičko-matematičkih struktura.

### 3. Pedagoške misli o usvajanju osnovnih matematičkih pojmova

Klasična literatura o predškolskom obrazovanju ukazuje na to da su pedagozi od samog početka pridavali veliku važnost usvajanju osnovnih matematičkih pojmova u ranoj dobi. Jedan od najznačajnijih klasičnih pedagoga J. A. Komensky (1592.-1670.), češki je filozof, pedagog i književnik, poznat po svojoj teoriji nastave i organizaciji školskog sistema, koje je izložio u svom djelu „Velika didaktika“. Komensky je smatrao da bi obrazovni sistem trebalo uvesti svuda u svijetu. Njegove pedagoške zasluge donijele su mu titulu "učitelj naroda". U njegovoj knjizi "Informatorium materinske škole" (prvo izdanje 1628., prevedena je i obavljena u Zagrebu 1886.) Komensky naglašava da djeca u trećoj godini života počinju učiti brojati, najprije do pet, a zatim do deset, iako još uvijek ne razumiju u potpunosti koncept brojanja. Kasnije sami počinju shvaćati svrhu brojanja. Djeca do šeste godine uče brojati do 20 i razlikovati, primjerice, sedam od pet, te razumjeti pojmove kao što su par-nepar. Osnovni geometrijski pojmovi poput velikog i malog, širokog i uskog, te okruglog i kockastog također se uče u ovom razdoblju (M.Peteh, 2008;14).

John Locke (1632.-1704.), osnivač teorije empirizma i engleski pedagog, naglašavao je važnost iskustva u obrazovanju djece. J. J. Rousseau (1712.-1778.), francuski filozof i pedagog, u svom djelu "Emile" ističe da djeca trebaju učiti putem osjetila i vlastitog iskustva kako bi shvatila svijet oko sebe (M.Peteh, 2008; 15).

Johann Heinrich Pestalozzi (1746.-1827.), švicarski pedagog, bio je jedan od najvažnijih prethodnika moderne znanstvene pedagogije. Pestalozzi je smatrao da je razvoj osjetila ključan za razumijevanje svijeta i da je edukacija temeljena na iskustvu nužna za pravilno odgojno-obrazovno djelovanje. U svojim djelima naglašavao je važnost promatranja i praktičnog učenja kroz elemente poput broja, oblika i mjerenja (M.Peteh, 2008;15).

Njemački pedagozi Friedrich W. Fröbel (1782.-1852.) i Adolf Diesterweg (1790.-1866). također su značajno doprinijeli razvoju pedagogije predškolskog odgoja i učiteljskog pokreta.

Fröbel je 1837. osnovao prvi dječji vrtić (Kindergarten), u kojemu je isticao važnost rane edukacije i igre u razvoju djece. Aktivnosti u vrtiću uključivale su razvoj osjetila, upoznavanje prirode i osnovnih matematičkih pojmova poput oblika i veličine. Najpoznatiji Fröbelov didaktički materijal, nazvan "Fröbelovi darovi", sadržavao je elemente za igru i učenje, poput raznih oblika i materijala.



Fröbelovi didaktički materijali, poznati kao "Fröbelovi darovi", uključivali su mekane vunene lopte raznih boja, kugle, kocke, valjke te kocke koje se mogu dijeliti, služeći za upoznavanje geometrijskih oblika i razvijanje motoričkih vještina kroz igru ( M.Peteh; 2008; 15).

Početak 19. stoljeća pedagogija se osamostaljuje kao znanstvena disciplina, zahvaljujući njemačkom pedagogu J. F. Herbartu (1776.-1841.), koji je razvio sustav pedagoških disciplina. Herbartovi sljedbenici dodatno su razvijali pedagogiju kroz filozofske, kulturne, individualne, eksperimentalne i socijalne pristupe (M.Peteh, 2008.16).

Maria Montessori (1870.-1952.), talijanska pedagoginja i liječnica, otvorila je 1907. godine prvu dječju kuću u Rimu, čime je uvela novi pristup predškolskom obrazovanju. Montessori metode koriste posebne didaktičke materijale za poticanje senzornog i motoričkog razvoja djece. Svaki osjet ima svoj didaktički materijal, poput tkanina različitih tekstura, geometrijskih pločica, kartica s brojevima i zvončića. Montessori je smatrala da je djeci potrebno omogućiti slobodu i samostalnost u učenju kako bi se potaknulo njihovo unutarnje oslobađanje i razvoj. Njezine metode, koje naglašavaju samoučenje kroz interakciju s okruženjem i danas su izuzetno popularne, osobito u radu s djecom s poteškoćama. U suvremenom vrtiću, Montessori metode se koriste kroz materijale poput geometrijskih kartica, gdje djeca rukama manipuliraju objektima i uče prepoznavati razlike između kvadrata, trokuta i krugova (M.Peteh. 2008; 16).

K. D. Ušinski (1824.-1870.), ruski pedagog i psiholog, bio je značajan za razvoj pedagogije u Rusiji. Isticao je važnost promatranja i postepenog učenja, koristeći prirodu i igru kao ključne metode (M.Peteh 2008.; 16.)

Antonija Cvijić- Kassowitz (1865.-1963.) je hrvatska književnica, koja je 1895.godine objavila knjigu „Rukovođ za zabavište“ a zatim „Priručnik za rad s predškolskom djecom“. U svojim djelima ona daje smjernice za igre koje pomažu djeci da razviju matematičke sposobnosti kroz različite situacije. Naglašava važnost učenja kroz igru, koristeći različite predmete i slike, te brojeve i boje (M.Peteh, 2008.;17).

Zatim možemo spomenuti i Rudolfa Steinera (1861.-1925.) je australski znanstvenik i reformator, koji je 1861. godine utemeljio Waldorfsku pedagogiju. Steiner je naglašavao važnost stvaranja toplog okruženja u kojem se djeca mogu razvijati kroz igru i iskustva bliska stvarnom životu (M.Peteh, 2008.;17).

Dotaknuli smo se dio pedagoga koji su razvijali metode za poticanje samostalnog rada kod djece i koji su utjecali na suvremeno shvaćanje predškolskog odgoja. U skladu s novim spoznajama, predškolske godine postaju ključne za oblikovanje buduće ličnosti, što zahtjeva poticajno okruženje i raznovrsne materijale za igru i učenje. Ovim tekstom smo pokušali ukazati na važnosti inovativnih pedagoških pristupa i učenja kroz igru kao temeljne metode u predškolskom obrazovanju.

Pedagozi su kroz povijest prepoznali koliko je predškolsko razdoblje važno za razvoj djeteta. Iako su se njihove metode razlikovale svi su bili složni da je ovaj period ključan za cjelokupan razvoj čovjeka. U drugoj polovici 20.stoljeća posebno se počelo naglašavati koliko je važno da djeca u ranom uzrastu usvoje matematičke pojmove, jer to pomaže njihovom intelektualnom i spoznajnom sazrijevanju. Učenje kroz različite aktivnosti pomažu djeci da razviju svoje sposobnosti i pripremi ih za daljnje obrazovanje.

#### **4. Razvoj geometrijskog mišljenja kod djece – Van Hielova teorija**

„ Geometrija (geo- plus - metrija) je grana matematike koja u svojoj osnovnoj problematici bavi proučavanjem položaja, oblik i svojstva geometrijskih tijela u prostoru, kao i njihovim međusobnim odnosima.“ (Preuzeto <https://www.enciklopedija.hr/clanak/geometrija>).

Razumijevanje geometrijskih pojmova i učenje geometrije povezani su s dvije različite, ali usko povezane vrste mišljenja. Prva se odnosi na razumijevanje prostora (prostorna percepcija), dok se druga odnosi na geometrijske koncepte, uključujući teoriju, prepoznavanje svojstava geometrijskih objekata i njihovih međusobnih odnosa među njima, kao i primjenu tih svojstava i odnosa. Kod djece je ključno razvijati oba oblika mišljenja. Geometrijsko mišljenje je ključno u svim područjima matematike. Geometrijsko mišljenje je od velike važnosti i u svakodnevnom životu. Kada razmještamo namještaj kako bismo optimalno iskoristili prostor, sastavljamo namještaj koji smo kupili u dijelovima, snalazimo se u nepoznatim gradovima pomoću mapa ili koristimo GPS tijekom putovanja, svi ovi zadaci ovise o geometrijskim znanjima i vještinama koje smo razvili.

U nastavi geometrije, a posebno u poučavanju područja Oblik i prostor, odrasli trebaju obratiti pažnju na način na koji njihovi učenici doživljavaju ravninu, prostor i geometrijske oblike unutar njih. U tom kontekstu „ korisno je razmotriti van Hieleovu teoriju geometrijskog mišljenja, koja je objavljena 1973. godine predstavili Dina van Hiele-Geldof i njezi suprug

Pierre van Hielea u svojim doktorskim disertacijama na Sveučilištu u Utrechtu u Nizozemskoj.“ (Čižmešija, A. 2010;148.) Ova teorija je značajna jer identificira pet razvojnih razina geometrijskog mišljenja, koje opisuju načine na koje razmišljamo o različitim geometrijskim idejama, neovisno o količini znanja koju posjedujemo. Ključna razlika među razinama leži u vrstama geometrijskih objekata o kojima smo sposobni razmišljati.

„ Na svakom uzastopnom nivou usvajaju se nova znanja, pri čemu je potrebno savladati prethodni nivo, kako bi se prešlo na viši. Nivoi su međusobno povezani i uvjetovani što znači da se nijedan nivo ne može preskočiti, iako nije nužno postići svaki nivo. Geometrijsko iskustvo igra ključnu ulogu u napredovanju kroz nivoe, dok životna dob ne utječe na prelazak na sljedeći nivo. Van Hieleovi su izvorno označili nivoe brojevima od 0 do 4, no kasnija istraživanja pokazala su da neki učenici ne razumiju geometriju ni na nivou 0, stoga je usvojena identifikacija nivoa brojevima od 1 do 5.“ (K.Pjanić,2023.)  
„ Prema teoriji van Hielea razlikujemo sljedeće nivoe mišljenja“ (K. Pjanić. 2023; 346):

•**Nivo1:Vizualizacija**(prepoznavanje)

- objekt mišljenja su oblici i njihov izgled (na što liče),
- proizvod mišljenja su klase ili grupe oblika koji izgledaju „slično“ (primjerice kvadrat i pravokutnik se smatraju različitim figurama) ( K. Pjanić, 2023; 346)

Autorica Baranović (2015) navodi kako ovu razinu neki istraživači nazivaju razinom vizualizacije zbog vizualnog prepoznavanja geometrijskih oblika, no taj naziv može biti ograničavajući jer vizualizacija obuhvaća više od pukog prepoznavanja.

Na prvoj razini, objekti mišljenja su cjeloviti geometrijski oblici (likovi, tijela) i njihov izgled, dok je rezultat mišljenja sposobnosti grupiranje oblika koji imaju slične karakteristike (N. Baranović,2015;3). Djeca u vrtiću mogu prepoznavati geometrijske oblike kao što su krugovi, kvadrati i trokuti kroz aktivnosti poput slaganja puzzli s oblicima ili crtanja tih oblika prema zadanom uzorku.

•**Nivo2:Analiza**

- objekt mišljenja su klase oblika, a ne pojedinačni oblici s prve razine,
- proizvod mišljenja su svojstva oblika (na primjer, pravokutnik ima 4 prava ugla) (K. Pjanić 2023; 346.)

Nakon što učenici prepoznaju i grupiraju objekte, postupno počinju prepoznavati i analizirati svojstva geometrijskih oblika, bilo pojedinačno ili unutar grupa, no ta svojstva još uvijek se ne uspostavljaju međusobne veze niti unutar istog objekta niti među različitim objektima. S vremenom usvajaju i terminologiju koja opisuje uočena svojstva.

Na drugoj razini, objekti mišljenja su skupine (klase) oblika koji izgledaju slično, dok su rezultati mišljenja svojstva tih oblika, bilo da se radi o određenim skupinama ili pojedinačnim objektima (N. Baranović, 2015; 3).

U drugoj fazi, djeca mogu analizirati svojstva oblika kroz aktivnosti kao što su klasifikacija predmeta prema broju stranica ili kutova, koristeći materijale poput Dienesovih blokova ili geometrijskih setova.

• Nivo 3: **Neformalna dedukcija**

- objekt mišljenja su svojstva oblika,
- proizvod mišljenja su odnosi među svojstvima geometrijskih oblika ( K. Pjanić; 2023; 346).

Na trećoj razini učenici uspostavljaju logičke veze između svojstava pojedinog objekta te među svojstvima različitih objekata, što im omogućuje stvaranje hijerarhijske klasifikacije objekata. Na primjer, na ovoj razini djeca mogu razumjeti da su suprotne stranice zbog paralelnosti suprotnih stranica paralelograma i suprotni kutovi jednake veličine (povezivanje svojstava unutar jednog objekta). Također, razumiju da je svaki kvadrat posebni slučaj pravokutnika jer ispunjava sve kriterije pravokutnika (povezivanje svojstava između objekata), dok svaki pravokutnik nije nužno kvadrat (N. Baranović,2015;3)

Na ovoj razini djeca počinju razlikovati što je nužno, a što dovoljno za opisivanje nekog objekta, prihvaćaju različite definicije istog pojma te mogu prepoznati nepotpune definicije i ispraviti ih. Prema van Hieleu, poučavanje formalnih definicija prije treće razine, bez prethodnog iskustva kroz aktivnosti, unaprijed je osuđeno na neuspjeh. Djecu treba uključiti u proces definiranja i omogućiti im da sami razvijaju vlastite definicije na svakoj razini (N. Baranović,2015;3)

Djeca na ovoj razini mogu pratiti proces dokazivanja, no još uvijek nisu dovoljno samostalni da bi mogla sama konstruirati vlastite dokaze. Koriste logičke izraze poput "ako je... onda je..."

prilikom formuliranju pravila i tvrdnji, međutim još uvijek nisu potpuno operativni na toj razini. Iako prepoznaju postojanje sustava definicija, aksioma, teorema i dokaza, još uvijek ne razumiju u potpunosti njihovu ulogu i funkciju.

Na ovoj razini objekta mišljenja su svojstva promatranih objekata, bilo pojedinačnih ili određenih skupina (klasa), dok su proizvodi mišljenja odnosi između svojstava unutar jednog objekta ili između različitih objekata (N. Baranović.2015;4.)

• Nivo 4: **Dedukcija**

- objekt mišljenja su odnosi među svojstvima geometrijskih oblika,
- proizvod mišljenja su deduktivni aksiomatski sistemi geometrije (ravni i prostora); dokazi se pružaju uz razumijevanjem (K. Pjanić, 2025;346).

Kada učenici dosegnu ovu razinu zrelosti u procesu mišljenja, mogu razumjeti značenje i ulogu definicija, aksioma (postulata), teorema i dokaza unutar deduktivnog aksiomatskog sustava kao cjeline (N. Baranović,2015; 5).

• Nivo 5: **Strogost**

- objekt mišljenja su deduktivni aksiomatski sistemi geometrije,
- proizvod mišljenja je usporedba različitih aksiomatskih sustava geometrije i razumijevanje kontrasta između različitih sustava (euklidske i neeuklidske geometrije); razumijevanje neeuklidskih geometrija.“ (K. Pjanić, 2023;346).

Na ovoj razini, djeca su sposobni analizirati različite aksiomatske sustave i uspoređivati ih međusobno. Ovo uključuje razumijevanje da osim euklidske geometrije postoje i drugi geometrijski sustavi, kao što su ne-euklidske geometrije. Djeca na ovoj razini mogu uočiti sličnosti i razlike između različitih aksiomatskih ustava te ih uspoređivati.

Van Hiele je, osim što prikazuje modela procesa mišljenja kroz pet razina, naglasio i opće karakteristike tih razina, što je posebno važno za odgojitelje. Ove karakteristike mogu poslužiti kao vodič u pripremi materijala i u metodici poučavanja, pomažući im da bolje razumiju kako djeca usvajaju i razvijaju geometrijsko mišljenje (N. Baranović,2015;5).

Prema van Hieleovoj teoriji, kognitivni razvoj u geometriji može se ubrzati kroz učinkovitije poučavanje, što se razlikuje od Piagetovog pristupa, ali u skladu s Brunerovom idejom da djeca mogu usvojiti bilo koji sadržaj ako im se pravilno prezentira. Van Hieleova teorija također se oslanja na Vygotskijevu teoriju, fokusirajući se na razvoj geometrijskog mišljenja kod djece kroz interakciju s kulturnim okruženjem, vlastitim istraživanjem i odgovorima na vođeni proces učenja.

„ Za uspješno napredovanje kroz razine geometrijskog mišljenja, van Hiele (1999- prema K. Pjanić 2023;347) predlaže pet faza učenja:“

- **Faza pitanja i informiranja:** Djeca se upoznaju s materijalom; nastavnik postavlja ciljana pitanja kako bi otkrio postojeće znanje djece o temi i usmjerava ih prema onome što treba proučiti. U ovoj fazi odgojitelj može djeci pokazivati različite oblike i postavljati pitanja poput 'Koji oblik ima četiri strane?' ili 'Koji od ovih oblika nalikuje na loptu?', potičući djecu da prepoznaju oblike na temelju vizualne percepcije
- **Faza usmjerenog vođenja:** Djeca sami crtaju, mjere, računaju i istražuju svojstva pojmova te otkrivaju nove odnose. Zadaci trebaju biti kratki i fokusirani na dobivanje preciznih odgovora. Odgojitelj treba uzeti u obzir razinu mišljenja koju su djeca postigli.
- **Faza objašnjavanja:** Nakon obavljanja zadataka, djeca opisuju svojim riječima što su učinili i razmjenjuju zaključke koje su postigli. Odgojitelj pažljivo prati i usmjerava učenike u korištenju točnih matematičkih termina.
- **Faza aktivnosti otvorenog tipa:** Djeca primjenjuju stečena znanja za rješavanje složenijih problema. Preporučuje se rješavanje zadataka koji uključuju više koraka i zahtijevaju kreativno razmišljanje.
- **Faza povezivanja:** Sva istražena i naučena znanja trebaju biti objedinjena u koherentnu cjelinu. Djeca pregledavaju i opisuju što su radili i koje zaključke su donijeli, uz pomoć odgajatelji kako bi se osigurala sveobuhvatnost, preciznost i točnost.“ (K. Pjanić.2023; 345).

**Na temelju napisanog mogli bi zaključiti da** Van Hieleova teorija pruža odgojiteljima ključne smjernice za razumijevanje kako djeca predškolske dobi usvajaju geometrijske pojmove. Kroz primjenu pet faza učenja, moguće je osigurati da djeca postupno razvijaju svoje geometrijske vještine, prelazeći od vizualne percepcije oblika prema složenijim razinama razumijevanja.

## **5. Što djeca rane i predškolske dobi trebaju znati o obliku i prostoru**

Iako djeca prirodno percipiraju oblike i prostorne odnose u svakodnevnim situacijama, predškolskoj djeci, u dobi od otprilike tri do pet godina, potrebno je strukturirano razvijati njihovo razumijevanje tih pojmova (H. P. Ginsburg, C. Oppenzato).

Geometrija obuhvaća dva glavna aspekta. Jedan je rasuđivanje o obliku. Na primjer, učimo da trokuti moraju imati tri ravne stranice i tri kuta, ali kutovi mogu biti uski ili široki, a trokuti mogu biti visoki ili niski, crveni ili plavi, ili nagnuti na različite načine. Drugi aspekt je razmišljanje o prostoru. Naučili smo kako se objekti odnose jedni na druge i prema nama u prostoru: lopata je na vrhu kauča, kauč je ispod lopte, a mi smo ispred ormarića. Fokus na oblik i prostor može pružiti pristupačniji put do matematike za neku djecu. Također može pomoći nekim skupinama (na primjer, siromašnjoj djeci i djevojčicama) koje mogu biti u nepovoljnom položaju s obzirom na vanjske i prostorne igračke resurse (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

Iako djeca točno percipiraju oblike i prostor u svakodnevnom okruženju, predškolskoj djeci, u dobi od otprilike tri do pet godina, potrebno je naučiti razmišljati o tim temama. Glavni obrazovni cilj trebao bi biti promicanje razumijevanja osnovnih geometrijskih pojmova (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato). Izrada osnovnih geometrijskih pojmova prvenstveno je proces razvijanja osjetila koja sudjeluju u opažanju prostornih pojava. Izgradnja prostornih predodžbi je kontinuirani proces razvoja viših oblika transformacije prostornog iskustva i razvoja simboličkih funkcija. „Stoga, uspješna implementacija programa koji se odnosi na geometrijske pojmove zahtijeva razumijevanje kako djeca spoznaju oblike predmeta i kako se razvijaju ti pojmovi. Rad u ovom području, uključujući metode rada, treba se temeljiti na prirodnim načinima opažanja i apstrahiranja prostornih odnosa i oblika.“(N. Dobrić,1981;152).

### **5.1. Psihološki temelji učenja geometrijskih pojmova**

Istraživanje oblika predmeta predstavlja važan fokus mnogih studija širom svijeta, osobito onih koji su povezani s djecom predškolske dobi. Najčešće se ispituje sposobnost opažanja oblika dvodimenzionalnih figura, kao što su likovi u ravnini, ali i brojna istraživanja usmjerena na percepciju trodimenzionalnih oblika. Rezultati ovih istraživanja često služe kao pokazatelji stupnja razvijenosti ili nerazvijenosti sposobnosti razlikovanja oblika, koje dijete postiže kroz hvatanje, pokrete prema predmetima i istraživanje njihovih oblika. Međutim dolazi se do

saznanja da se razlikovanje oblika počinje razvijati mnogo ranije, već od četvrtog mjeseca života kako su pokazala istraživanja L. A. Vengera prema Dobrić (1981;152).

Daljnja istraživa su obogatila postojeća saznanja i nadopunila ih novim otkrićima. Potvrđeno je da se već u ranijoj dobi ,kada dijete još uvijek ne vidi jasno, u razvoju razlikovanja oblika oslanja na dodir i osjetilne funkcije. Smatra se da dijete ne opaža oblik ne samo vidom već i kroz cijeli niz drugih osjetila poput dodira, pritom vizualna percepcija se postupno razvija i jača. Nedjelja Dobrić u svojoj knjizi „*Razvijanje početnih matematičkih pojmova u predškolskim ustanovama*“, navodi istraživanja P. V. Zinčeka i A. G. Ruska, gdje su utvrdili da pri rješavanju određenih zadataka djeca ponekad koriste samo ruke, ponekad oči, a ponekad kombinaciju oba osjetila ovisno o specifičnosti zadatka. Nesporno je da je za pedagošku praksu iznimno važno razumjeti kako je kod mlađe djece opažanje oblika usko povezano s praktičnim radnjama koje dijete obavlja s predmetima. Tijekom različitih praktičnih aktivnosti, dijete kroz rad s predmetima usvaja pojmove o obliku, dodirivanje kao način upoznavanja oblika postepeno se odvaja od praktičnih aktivnosti, ono postupno postaje samostalna aktivnost usmjerena na prepoznavanje oblika predmeta. S vremenom se dodirivanje razvija u sve precizniji oblik opažanja i razlikovanje oblika. Smatra se da dijete već oko pete godine života već može samostalno prepoznati oblik dodirivanjem, čime se razvija percepcija oblika kao rezultat praktične manipulacije predmetima. Tijekom tog procesa, dijete razvija sve složenije metalne operacije, pri tom dolazi do osviještenja tijela i stvaranje unutarnjih modela predmeta koje dodiruje. Time dijete ne samo da upoznaje oblik već stvara i složeniju metalnu sliku oblika, te razvija sposobnost transformacije tih slika u stvarne objekte kroz igru i svakodnevne aktivnosti. U shvaćanju oblika kod djece predškolske dobi možemo uočiti nekoliko faza. Autorica Dobrić u svojoj knjizi spominje da kod djece mlađeg predškolskog uzrasta, igračke poput lopte, kocke ili likova postaju prvi predmeti na kojima dijete razvija vještine. Na početku starije djeteta predškolske dobi počinje oživljavati oblike kao jedinstvene cjeline i stvara početne koncepcije o obliku (N. Dobrić,1981;152).

Iz ovih spoznaja proizlazi potreba za metodama rada usmjerenim na aktivno opažanje i manipuliranje oblicima. Kroz aktivnosti dijete ne samo da uči prepoznati oblike, već razvija i vizualnu percepciju i metalne slike koje su potrebne za daljnje razumijevanje geometrijskih pojmova. Pasivno promatranje oblika bez aktivnog sudjelovanja u praktičnim aktivnostima ne omogućuje djetetu istinsko razumijevanje oblika i prostora. Stoga je ključno da ciljevi predškolske nastave ne budu samo davanje znanja o oblicima već poticanje razvoja senzornih i

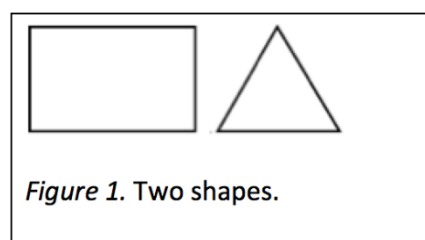


misaonih struktura koje su osnova za formiranje geometrijskih pojmova. To podrazumijeva razvoj pravilnog promatranja, prostornog predstavljanja i razmišljanja, koji su temelj za kasnije učenje geometrijskih pojmova.

## 5.2. Razvijanje prvih spoznaja o geometrijskim oblicima

Percepcija predmeta počinje ubrzo nakon rođenja. Od svojih najranijih dana do otprilike 18 mjeseci, bebe mogu lako vidjeti razlike između uobičajenih predmeta: vide da se majka razlikuje od oca i da se pas razlikuje od mačke. Bebe mogu razlikovati vrste predmeta: vide da je to ploča i da je to šalica, čak i ako ne znaju ime za svaki od njih i ne mogu artikulirati ključne razlike među njima. Nadalje, bebe mogu identificirati predmete čak i kada mijenjaju položaj: ovo je majka bez obzira na to vidimo li je s jedne ili druge strane, ili je blizu ili daleko, ležeća ili stojeća, ili djelomično ili potpuno vidljiva. Do kraja djetinjstva, percepcija objekta je relativno dobro razvijena, a djeca se relativno lako kreću svakodnevnim svijetom. Istovremeno, još uvijek imaju mnogo za naučiti, posebno analizu oblika, odnosno, razumijevanje njihovih bitnih značajki. Učenje imena oblika je jednostavno, ali analiziranje je puno teže. Stoga bi fokus rane geometrije trebao biti na analizi i razumijevanju (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

„ U dobi od otprilike tri i četiri godine, djeca usvajaju različite aspekte oblika, uključujući dvodimenzionalne (2-D) i trodimenzionalne (3-D) oblike. Mala djeca lako prepoznaju razlike (vidjeti ili uočiti razlike) između različitih oblika. Na primjer, ako ih pitamo jesu li dva 2D oblika na slici različita, djeca će se brzo složiti da jesu.“ (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).



Slika 2. Dva oblika

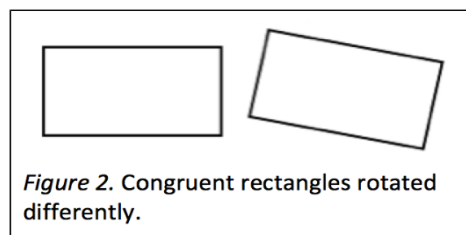
Preuzeto 02.09.2024. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%201.png>

Djeca također mogu lako razlikovati i 3D oblike, kao što su pravokutne prizme (poput knjige) i sfere (poput lopte), ili između kugle i kocke (poput bloka sa šest kvadratnih lica).

Iako mala djeca mogu prepoznati razlike između trokuta i pravokutnika ili između knjiga i lopti te možda znaju i imena oblika poput trokuta i pravokutnika, istovremeno možda nisu u mogućnosti analizirati osnovne karakteristike tih razlika. Možda nisu upoznati svojstvima trokuta i pravokutnika. Na primjer, ne shvaćaju da trokut mora imati tri strane ili da je to zatvorena figura ili da su oba oblika poligoni (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

Ukratko, sposobnost prepoznavanja samo znači da djeca vide da oblici izgledaju različito. Istovremeno, djeca možda nemaju značajna saznanja o tim oblicima. Važno je razlikovati između gledanja i razmišljanja, percepcije i mišljenja.

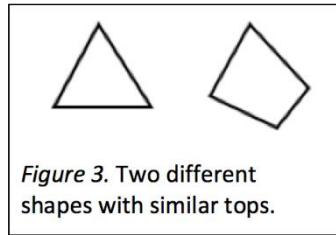
Što je s pojmom podudarnosti? Mala djeca mogu prepoznati da su dva pravokutnika jednaka ili identična (kao što je prikazano na slici 3). Mogu uočiti kongruenciju, čak i ako je jedan pravokutnik malo nagnut (ali ne previše!) (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).



Slika 3. Prikazuje dva podudarna pravokutnika rotirana na različite načine. Preuzeto 02.09.2024. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%202.png>

Prepoznavanje kongruentnih oblika, odnosno njihovih podudarnosti, za malu djecu koja su pažljivi promatrači, nije teško prepoznati površinske značajke oblika. Njihova percepcija većinom je neverbalna i izravna. Važno je napomenuti da za takve prosudbe jezik nije nužan: djeca mogu prepoznati da su oblici isti bez potrebe da ih imenuju imenovati. Također djeca mogu dati oblicima netočna imena, ali i dalje točno percipiraju podudarnost i razliku. Na primjer, možete reći da je skupina "pasa" ista iako ste ih trebali nazvati "slonovima". Objekti se vide kao isti, bez obzira na to kako ih nazivate (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

Slika 4 prikazuje da ponekad se pojavi zanimljiva komplikacija, čini da djeca ne prepoznaju očite razlike. Na primjer, trogodišnje dijete može izjaviti da su oblici na slici 4 isti jer oba imaju "male vrhove".



Slika 4. Dva različita oblika sa sličnim vrhovima. Preuzeto 02.09.2024. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%203.png>

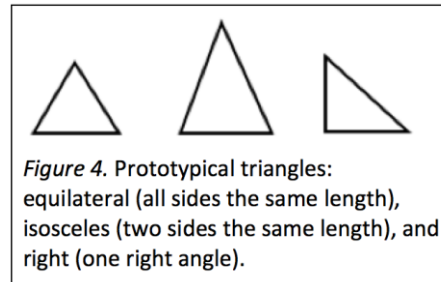
Znači li to da dijete ne može razlikovati oblike? Ne nužno. Dijete vjerojatno primjećuje razlike, između oblika ali ih još uvijek smatra istima zbog zajedničkog svojstva koje prepoznaje. Na primjer, ako odrasla osoba pita jesu li oblici različiti, dijete bi moglo odgovoriti da jedan ima tri strane, a drugi četiri, ali su isti jer oba imaju taj "mali vrh". Dakle, iako dijete prepoznaje razliku u izgledu, smatra da su oblici isti zbog zajedničkog svojstva. U stvarnosti, dijete je u potpunosti u pravu: iako su oblici različiti, oni dijele svojstvo koje dijete opisuje. To je jedan od razloga zašto trebamo razgovarati s djecom kako bismo razumjeli razmišljanje koje stoji iza njihovih odgovora. Dijete može reći "isto", ali također može shvatiti da su oblici različiti na neki drugi način (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

Za poticanje dubljeg razumijevanja oblika, odgajatelji mogu koristiti aktivnosti poput igara s blokovima i slagalica koje pomažu djeci da istraže svojstva oblika i razviju bolje razumijevanje njihovih karakteristika. Razumijevanje faza razvoja i primjena ciljanih metoda može poboljšati sposobnost djece da analiziraju i razumiju geometrijske pojmove, čime se postavlja temelj za daljnje učenje i razvoj.

### 5.2.1. Klasifikacija oblika

Mala djeca moraju ići dalje od pukog uočavanja sličnosti i razlika. Trebaju naučiti kako klasificirati objekte koji su slični (iako nisu nužno podudarni) u ključnim aspektima. Trebaju razumjeti da su svi oblici s tri strane, bez obzira na veličinu, trokuti; da su četverostrani oblici s jednakim stranicama i pravim kutovima kvadrati, iako nisu identični; da su košarkaška lopta i globus sfere; te da blokovi različitih boja mogu svi biti kocke.

Neke klasifikacije su djeci lakše od drugih. Na primjer, mogu uočiti da različiti kvadrati pripadaju u istu skupinu, bez obzira na veličinu. Također mogu prepoznati prototipove, poput standardnih trokuta, kao što su oni prikazani na slici 5, neovisno o veličini. To se može postići čak i bez poznavanja imena oblika. Bez obzira na to kako se oblici zovu, neke skupine se prepoznaju zajedno, dok druge ne (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).



Slika 5. Prototipski trokuti: jednako stranični (sve stranice jednake duljine), jednakokrani (dvije stranice jednake duljine) i pravokutni (jedan pravi kut). Preuzeto 02.09.2024. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%204.png>

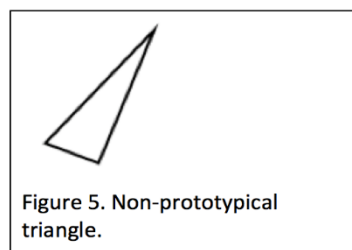
### 5.2.2. Imenovanje oblika

Naravno, djeca trebaju naučiti pravilna imena oblika. Imena su korisna iz više razloga: omogućuju komunikaciju s drugima ("Ovo je trokut.") i pomažu u kategorizaciji i analizi ("Ovo se zove trokut, pa tako i oni. Pitam se u čemu su slični."). Engleska imena oblika mogu biti pomalo neobična, budući da mnogi potječu iz grčkog ili latinskog jezika. Na primjer, riječ "trokut" dolazi iz grčkog izraza "tri kuta". S druge strane, imena oblika u kineskom jeziku su jasnija. Na kineskom, naziv za pravokutnik doslovno se prevodi kao "četverostrani oblik". Unatoč tome, učenje geometrijskih imena nije teško. Djeca predškolske dobi već su upoznata s brojnim imenima, uključujući specifična imena kao što su "brontosaurus" ili imena likova iz crtića, igračaka ili akcijskih figura. S obzirom na njihovu sposobnost usvajanja jezika, mala djeca ne bi trebala imati značajnih poteškoća u učenju naziva poput pravokutne prizme ili pentagona. Međutim, važno je naglasiti da, iako su imena važna, ona predstavljaju samo površinski sloj. Djeca trebaju razviti razumijevanje svojstava oblika, a ne samo naučiti kako ih imenovati ili klasificirati (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

### 5.2.3. Razumijevanje oblika

Razumijevanje oblika je složeno. Djeca trebaju naučiti analizirati oblike, prepoznati njihova ključna svojstva i raspraviti o njima. Moraju shvatiti što čini trokut trokutom i kako se on razlikuje od kvadrata. Također trebaju shvatiti da je kvadrat podvrsta pravokutnika.

Već ranije je spomenuto da djeca lako nauče kategorizirati prototipne oblike. Uče da su ekvivalentni, jednakokračni i pravokutni trokuti svi pripadnici iste kategorije trokuta. Međutim, djeca možda neće prepoznati da dugi, uski trokut kao i trokut s različitim duljinama svih stranica, poput onog sa slike 6, isto pripada obitelji trokuta i svi trokuti, bez obzira na boju ili veličinu, mogu biti mali ili veliki. Veličina, boja i orijentacija nisu bitni kada je cilj prepoznati oblike iste vrste (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).



Slika 6. Ne prototipni trokut. Preuzeto 02.09.2024. [https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%205\\_0.png](https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%205_0.png)

Glavni izazov za djecu je stjecanje eksplicitnog znanja o ključnim svojstvima oblika. Djeca moraju razumjeti da trokut posjeduje specifična svojstva, dok kvadrat ima druga, te da se oblici mogu mijenjati u veličini, orijentaciji i boji. Također moraju biti sposobna razgovarati o oblicima i objasniti zašto je neki oblik trokut, čak i ako nije prototip (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

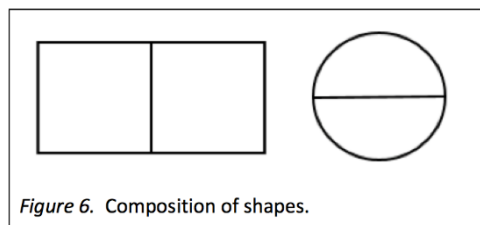
Ograničeno razumijevanje osnovnih i nebitnih svojstava oblika može proizaći iz malog broja oblika s kojima se djeca susreću. Djeca su često izložena prototipnim oblicima u knjigama i igračkama. Na primjer, ako slikovnica prikazuje trokut, vjerojatno će biti prikazan jednostraničan ili jednakokračni, dok su trokuti u kojem su sve tri stranice različite duljine rijetko prikazani. Igračke za sortiranje također često uključuju prototipne oblike, poput jednakostraničnih trokuta u trodimenzionalnim verzijama (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

S obzirom na to da djeca rijetko vide ne prototipne oblike, odrasli trebaju predstaviti djeci ove oblike i podučiti ih osnovnim svojstvima. Važno je jasno objasniti zašto je jedan oblik trokut, a drugi peterokut. Kao i u drugim područjima, odrasli trebaju pružiti pomoći djeci da razviju eksplicitno razumijevanje formalne matematike i matematičkih svojstava, kao što su broj stranica i kutovi koji definiraju oblike.

#### 5.2.4. Kompozitivni i raspadajući oblici

Djeca također trebaju istraživati i učiti o razdvajanju oblika te o korištenju oblika za konstrukciju drugih oblika. Na primjer, kako bi izradili kvadrat od dva trokuta, dijete mora obratiti pažnju na unutarnje kutove i duljine stranica trokuta. Proces sastavljanja i rastavljanja oblika potiče analitičko razmišljanje (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).

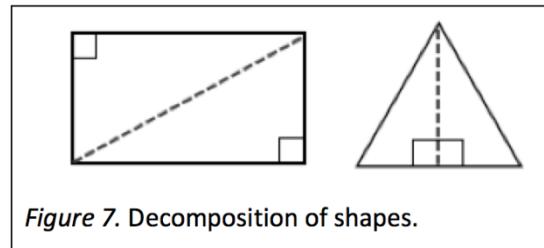
Djeca mogu istraživati oblike kroz različite aktivnosti ovog tipa. Kao što je prikazano na slici 7, djeca imaju mogućnost kombinirati oblike. Kada spoje dva kvadrata iste veličine tako da im poravna širine, dobiju dugi pravokutnik. Također ako spoje dva identična polukruga poravnavanjem njihovih promjera, dobiva puni krug (H. P. Ginsburg i C. Oppenzato).



Slika 7. Kompozicija oblika. Preuzeto 02.09.2024. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/fig%206.png>

Djeca također mogu razgraditi oblike. Kao što vidimo prikaz na slici 8, kada dijete podijeli pravokutnik duž njegove dijagonale ili razdvoji i jednakokrani trokut kroz sredinu, dobiva dva pravokutna trokuta.

Sastavljanje i razlaganje oblika može biti vrlo zabavno, bilo da se odvija s fizičkim oblicima ili računalnoj grafici, te bez obzira na to istražuje li dijete samo ili rješava probleme koje su postavili odrasli (H.P.Ginsburg i C.Oppenzato).



Slika 8. Dekompozicija oblika. Preuzeto 02.09.2024. URL <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%207.png>

### 5.3. Učenje geometrijskih oblika, praktične aktivnosti

Montessori i Froebel su ključni teoretičari u području učenja geometrijskih oblika. Montessori je naglašavala važnost manipulacije materijalima za dublje razumijevanje oblika, dok je Froebel isticao značaj igre i istraživanja. Na primjer, Montessori je koristila različite materijale za manipulaciju, dok je Froebel razvio igre koje su uključivale kockice i lopte za prepoznavanje osnovnih oblika.

**U mladoj uzrasnoj skupini**, naglasak je na prepoznavanju osnovnih oblika kao što su kugle. Djeca rano primjećuju kugle zbog njihove jednostavne forme i čestog pojavljivanja u svakodnevnim situacijama, kao što su igre s lopticama. Montessori je primijetila da kroz ponavljanje djeca počinju razlikovati oblike, dok Froebel ističe važnost igre u učenju – na primjer, promatranjem kako lopta kotrlja, a kocka ne, djeca uče razlikovati oblike. (N.Dobrić,1981;154).

Djeca uče kroz aktivnosti koje im omogućuju da istražuju razlike među oblicima, kao što su igre gdje promatraju kako se predmeti različitih oblika kreću. Froebel je naglasio važnost pravilnog imenovanja oblika u ovoj fazi, potičući djecu da ne samo prepoznaju, već i pravilno koriste nazive oblika (N.Dobrić,1981;154).

**U srednjoj uzrasnoj skupini**, program predviđa da djeca detaljnije upoznaju oblike kocke. Djeca u ovoj fazi promatraju kockaste oblike u svojoj okolini i uče prepoznavati kocku kao neovisan oblik, različit od drugih svojstava predmeta, poput boje ili veličine. Aktivnosti uključuju igre građenja u kojima djeca uče pravilno imenovati oblike, opisivati ih prema karakteristikama i uspoređivati s drugim oblicima (N. Dobrić 1981;155).

Posebna pozornost posvećuje se razumijevanju specifičnih svojstava kocke, kao što su jednake stranice, te se djeci pomaže razlikovati kocku od drugih sličnih oblika. Montessori i Froebel su naglašavali važnost stvaranja uvjeta u kojima djeca mogu slobodno istraživati, učiti kroz igru i razvijati svoje sposobnosti klasifikacije i apstraktnog mišljenja. Oboje su isticali da je važno omogućiti djeci raznolike aktivnosti koje potiču vizualno, taktilno i motoričko istraživanje oblika, čime se jača njihovo razumijevanje svijeta oko sebe i razvijaju kognitivne vještine potrebne za kasniji uspjeh u obrazovanju (N.Dobrić 1981;155).

Autorica Dobrić (1981) navodi ideje kako da djeca najbolje uoče i nauče oblik kocke. Djeca najprije izrađuju jednu stranu kocke, a zatim je učvršćuju na podlogu. Nakon toga izrađuju drugu stranu kocke, spajajući je s prvom stranom, a potom povezuju sve strane kocke. Pri izradi kocke važno je da djeca pravilno dimenzioniraju sve strane i kontroliraju oblik. Kocke se mogu izrađivati od različitih materijala i boja, a djeca pomoću njih uče o geometrijskim oblicima i odnosima među njima.

**Starija djeca** imaju veći interes za složenije oblike te aktivnosti postaju kompleksnije. Klasifikacija predmeta prema obliku kreće se od jednostavnijih aktivnosti poput igara i praktičnih zadataka u kojima se djeca upoznaju s osnovnim svojstvima predmeta. Zatim se prelazi na složenije zadatke klasificiranja predmeta koji imaju sličan oblik. Ovakve aktivnosti postaju teže kada se poveća broj predmeta, jer zahtijevaju od djece intelektualni napor i pažnju. Jedna popularna igra koja se koristi za razvijanje ovih sposobnosti je „Čarobna kutija“ gdje djeca moraju prepoznati predmete po obliku samo pomoću dodira. Kroz ove igre djeca počinju uočavati zajedničke osobine među različitim predmetima i razvijaju sposobnost općeg prepoznavanja oblika. Razvoj percepcije i analitičkog opažanja oblika postiže se uz pomoć različitih didaktičkih materijala. Dok mlađa djeca nasumično biraju oblike, starija djeca počinju pažljivije razmišljati o karakteristikama svakog oblika i traže geometrijske figure (N. Dobrić 1981; 156).



Djeca se često susreću s poteškoćama pri ubacivanju oblika u odgovarajuće otvore. Prvi pokušaji obično su neuspješni jer djeca pokušavaju umetnuti oblike u bilo koji otvor. Ovakvo iskustvo temeljeno na pokušajima i pogreškama pomaže djeci da steknu važne spoznaje. Kroz praktičnu aktivnost djeca postupno uče prepoznavati koji oblik odgovara kojem otvoru, a proces učenja postaje uspješniji kada se djeci omogućuje slobodno istraživanje uz minimalne intervencije odraslih. Na sljedećoj slici je primjer jedne takve igrčke.



Slika 9. Kocka s umetaljkama raznih oblika. Preuzeto 07.09.2024. <https://www.kidzilla.hr/proizvod/drvena-kocka-s-oblicima-za-umetanje/>

Ovakve igrčke pomažu djeci da razviju razumijevanje odnosa između različitih geometrijskih oblika i njihovih otvora. Važno je da djeca sama otkriju pravilan način umetanja oblika, što im omogućuje razvoj kognitivnih sposobnosti i pomaže im da postanu samostalnija.

Razumijevanje apstraktnih oblika kod djece može se značajno poboljšati ako se ti oblici povežu s realnim predmetima. Kada djeca uoče sličnost između geometrijskih oblika i stvarnih objekata lakše ih razumiju i usvajaju. Na primjer, igra s materijalima kao što su plastične operacijske kocke omogućuju djeci da bolje shvate strukturu i odnose među oblicima. Kada dijete nakon upoznavanja sa stvarnim predmetima, vidi isti oblik u igri, prepoznaje ga i koristi za izradu složenijih konstrukcija. Na primjer mogu napraviti robota od kocaka, a isto tako mogu na primjer, od plastelina i štapića izgraditi kocku, razvijajući svoje motoričke i kognitivne vještine.

Primjeri na slijedećim slikama



*Slika 10. – 10a Konstrukcija geometrijskih oblika i izrada robota od kockica.*

Preuzeto 07.09.2024. <https://www.dvslavuj.hr/2021/12/23/roboti/> &  
<https://www.astrejaplus.hr/proizvod/konstruktor-geometrijski-oblici-170-kom/>

U procesu ovih aktivnosti posebno je važno poticati djecu da imenuju oblike koje koriste. Kroz imenovanje i opisivanje oblika, djeca razvijaju jezične vještine i povezuju apstraktne oblike s konkretnim predmetima iz svakodnevnog života, što je ključan dio njihovog kognitivnog razvoja. Riječi olakšavaju da dijete na drugim predmetima prepozna poznati oblik. Korisne igre riječima na primjer bi bile „Pogodi“, „Prepoznaj“, „Tajanstveni predmet“.

#### **5.4. Učenje o oblicima u ravnini**

Djeca u predškolskoj dobi trebaju se upoznati s osnovnim geometrijskim oblicima poput, lopte, kocke, valjka, kvadrata, a kasnije i s krugom, kvadratom, trokutom i pravokutnikom. Kroz praktične aktivnosti kao što su igre i manipulacija predmetima djeca stječu osnovna znanje o geometrijskim figurama i razvijaju sposobnost prepoznavanja oblika. Važno je da djeca nauče razlikovati predmete prema obliku, veličini i debljini. Umjesto da se djeca previše usmjere na teoretsko shvaćanje oblika, učinkovitije je da kroz igre i praktične aktivnosti istražuju i manipuliraju predmetima. Na taj način razvijaju osjećaj za oblike i prostorne odnose. Kroz iskustveno učenje djeca na lakši i pristupačniji način doživljavaju apstraktne oblike.

Primjerice prvi susret kao što su krug, kvadrat, trokut i pravokutnik najefikasniji su kada djeca imaju priliku graditi te oblike različitim materijalima. Postoje različiti alati koji pomažu djeci u stjecanju tih ranih spoznaja kroz slaganje i uklapanje oblika.



*Slika 11. Logički blokovi*

Preuzeto 07.09.2024. <https://pertinitoys.com/product--viga-logicki-blokovi>

Djeca uče prepoznavati oblike i razvijati taktilnu percepciju kroz manipulaciju predmetima, a ne samo gledanjem slika ili crteža figura. Taktilne aktivnosti, gdje djeca dodiruju i osjećaju oblike, važnije su u ranoj fazi razvoja tih pojmova jer im omogućuju bolje razumijevanje oblika u prostoru. Primjerice, korištenjem različitih didaktičkih sredstava poput igara s geometrijskim figurama, loto igara s oblicima ili igre „Geometrijski domino”, djeca vježbaju prepoznavanje i razlikovanje figura.

Da bi dijete moglo prepoznati i uočiti određene oblike, potrebno je mijenjati sporedne karakteristike predmeta, poput veličine, boje ili teksture, dok osnovna forma ostaje ista. Na taj način dijete uči usmjeriti pažnju na bitne osobine figure, a materijali s kojima se radi trebaju biti što raznovrsniji kako bi iskustvo učenja bilo bogatije.

Upoznavanje s kružnim oblicima može se postići kroz razne aktivnosti s predmetima koji imaju kružni oblik, poput kolutova ili loptica. Djeca istražuju i manipuliraju tim predmetima, što im pomaže da prepoznaju oblike, veličinu i druge karakteristike. Djeca istražuju oblike pomoću dodira, gledanja i praktičnih aktivnosti (N. Dobrić,1981;160).

Kroz igru, kao što je crtanje ili praćenje kontura predmeta, djeca uče o različitim oblicima i njihovim karakteristikama. Na primjer, kada crtaju obris predmeta, djeca gledaju u predmet i prate liniju rukom. Ovaj proces pomaže im razviti koordinaciju oka i ruke, te sposobnost

praćenja oblika očima dok crtaju. Tako, kroz ovakve aktivnosti, djeca polako izgrađuju vizualnu i motoričku percepciju oblika ( N. Dobrić, 1981; 160).

Djeca uspješnije prepoznaju oblike kada ih uspoređuju s drugim, već poznatim figurama. U početku koriste jednostavne igre poput „Nađi predmet istog oblika“ gdje se vježba prepoznavanje identičnosti oblika. Kasnije se igre mogu komplicirati uključivanjem različitih veličina, boja i drugih karakteristika.

Kroz različite aktivnosti, djeca razvijaju sposobnosti opažanja i prepoznavanja, što im pomaže da kasnije s lakoćom prepoznaju oblike i uče ih razlikovati po uzorcima i pravilima.

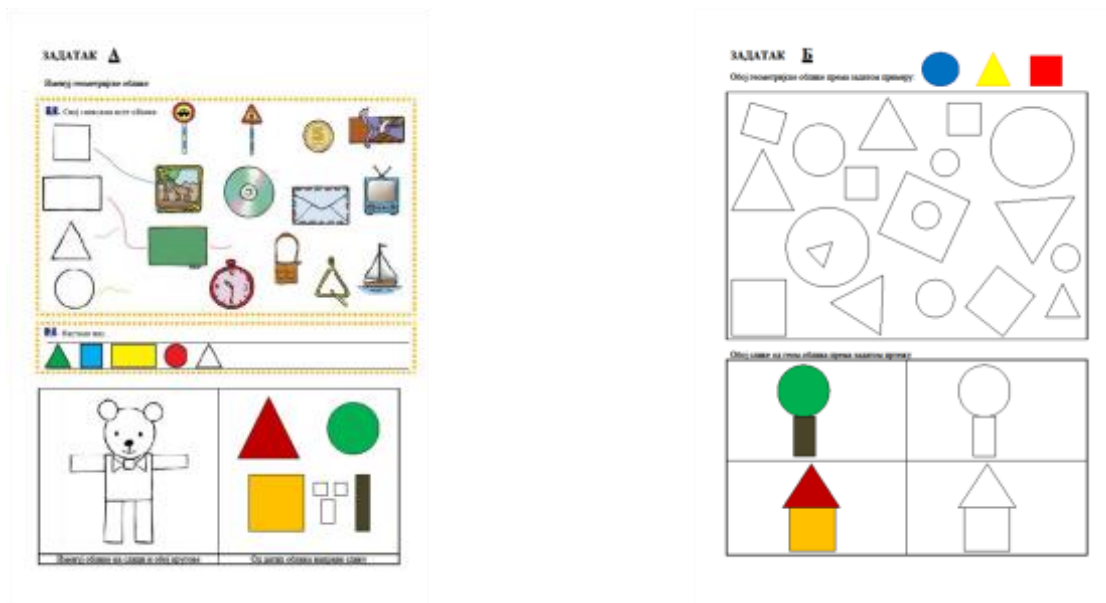
Prvi predmeti koje postavljamo pred djecu su jednostavni kao npr. zastavice, salvete, pločice. Poslije prelazimo na teže i složenije zahtjeve .

Materijal za učenje geometrijskih figura može uključivati različite predmete iz iste serije, poput logičkih blokova, raznih igračaka i znakova za igru. Kroz postupno uvođenje raznih oblika i njihovo grupiranje, djeci se omogućuje da lakše uoče sličnosti i razlike između predmeta. Izbor oblika postaje sve teži jer se broj oblika povećava, a djeca često zamjenjuju slične oblike, pogotovo ako su razlike manje naglašene (npr. kvadrat i pravokutnik, krug i elipsa) (N. Dobrić, 1981;161).

Da bi djeca bolje shvatila oblike, u početku im se daje stvarne predmete u ruke, dok se kasnije može prijeći na slike koje predstavljaju te oblike. Cilj je prevesti oblike iz stvarnog svijeta u slikovnu reprezentaciju, koristeći razne igre i materijale, poput slika ili loto igara. Ovo im pomaže u prijelazu s konkretnih na apstraktne pojmove.

Djeca najčešće prvo prepoznaju oblike na slikama koje su već vidjela u stvarnom svijetu. Kada im pokažemo sliku oblika, mogu ga povezati s onim što su već naučili kroz igru i druge aktivnosti.

U radu s djecom važno je kombinirati rad s pravim predmetima i slikama kako bi se potaknuo cjelovit razvoj njihovih sposobnosti prepoznavanja oblika. Iako različite metode imaju svoje prednosti, izbor metoda ovisi o specifičnim uvjetima i ciljevima odgojno-obrazovnog rada.



Slike 12. Prepoznavanje i povezivanje oblika s realnim predmetima i kombiniranje oblika u nešto novo.

Preuzeto 09.09.2024. <https://bojanka.wordpress.com/category/geometrijski-oblici/>

**Aktivnost za primjer, oblačenje lutke,** u ovoj aktivnosti, zadatak djece je crtati lutku, ali tako da podijele njezine dijelove prema različitim geometrijskim oblicima. Na primjer, glava može biti kružna, tijelo trokutasto, a ruke pravokutne. Zadatak uključuje i oblačenje lutke s raznim odjevnim predmetima koji su također geometrijskih oblika, kao što su pravokutnici ili kvadrati. Djeca vježbaju prepoznavanje i imenovanje oblika tako što trebaju pokriti određeni dio lutke odgovarajućim oblikom (N. Dobrić,1981;161).

Sposobnost verbalizacije i imenovanja oblika kod djece poboljšava se kada imaju priliku raditi s raznovrsnim materijalima i oblicima. Što su aktivnosti bogatije i raznovrsnije, djeca će lakše imenovati i prepoznavati oblike. Za ovu svrhu, korisne su igre poput slaganja blokova ili drugih materijala koji predstavljaju različite geometrijske figure (N. Dobrić,1981;162).

Aktivnosti koje uključuju konkretne predmete, slike i verbalizaciju oblika omogućuju djeci da razviju svoje vještine prepoznavanja i imenovanja. Također su korisne vježbe gdje djeca trebaju identificirati i povezati oblik s odgovarajućim dijelom zadatka, čime se dodatno potiče njihova sposobnost razlikovanja i imenovanja geometrijskih figura.

Autorica N. Dobrić u svojoj knjizi“ *Razvijanje početnih matematičkih pojmova u predškolskim ustanovama*“ (1981) opisuje važnost rada s geometrijskim oblicima i blokovima za djecu,

naglašavajući kako se te aktivnosti mogu koristiti za razvoj logičkog razmišljanja i razumijevanje odnosa među skupovima. Djeca trebaju izvoditi operacije sa skupovima, kao što su stvaranje, rastavljanje ili međusobno preklapanje skupova pomoću geometrijskih blokova.

Na primjer, djeci se može zadati da uoče različite odnose i svojstva blokova, poput broja kutova ili oblika, i da na temelju toga stvaraju nove skupove ili oblike. Odgojitelj može prilagoditi zadatke ovisno o dobi i sposobnostima djece, tražeći od njih da polože jedan ili više oblika, te na taj način potiče razvoj pažnje, sposobnost razlikovanja i klasifikacije (N. Dobrić, 1981; 162).

Cilj ovih aktivnosti je potaknuti djecu na istraživanje i razumijevanje geometrijskih svojstava te na razvoj sposobnosti za apstraktno i logičko razmišljanje kroz igru i kreativne zadatke.

Također u svojoj knjizi autorica Dobrić piše o važnosti integracije i primjene različitih aktivnosti za razvoj osnovnih geometrijskih pojmova kod djece. Naglašava se kako je korisno uključiti geometrijske oblike u razne igre i vježbe, čak i u fizičke aktivnosti. Primjerice, djeca mogu skakati iz jednog oblika u drugi, crtati rukama krugove dok hodaju ili kombinirati druge pokrete s oblicima kao dio igre (N. Dobrić, 1981; 163).

Umjesto tradicionalnih "školica", mogu se koristiti varijante s geometrijskim oblicima, gdje djeca uče prepoznavati i imenovati različite geometrijske figure. Kroz ovakve aktivnosti djeca ne samo da se fizički aktiviraju, već i bolje upoznaju geometrijske oblike te ih lakše razlikuju i prepoznaju.

## **5.5. Kroz likovno izražavanje**

Geometrijski oblici su osnovni elementi koje djeca susreću već u ranoj dobi, a njihova primjena u likovnom izražavanju otvara vrata beskrajnim mogućnostima za kreativnost i učenje. Kroz igru i likovne aktivnosti, djeca se upoznaju s oblicima kao što su krugovi, kvadrati, trokuti i pravokutnici, a svaka aktivnost omogućuje im da istraže, razumiju i zavole svijet geometrije. U likovnom izražavanju, djeca koriste geometrijske oblike na različite načine: mogu ih bojati, crtati, rezati, lijepiti ili slagati u zanimljive uzorke. Takve aktivnosti ne samo da potiču kreativnost i maštovitost, nego i razvijaju finu motoriku, koordinaciju ruke i oka te osjećaj za prostor i proporcije. Likovne aktivnosti koje uključuju geometrijske oblike pomažu djeci da prepoznaju i imenuju oblike, što je važan korak u matematičkom razmišljanju i vizualnoj pismenosti (N. Dobrić, 1983; 165).

Primjerice, djeca mogu stvarati slike koristeći samo geometrijske oblike – slažući trokute u planine, krugove u sunce ili kvadrate u kuće. Na taj način, oni ne samo da uče o osnovnim svojstvima oblika, nego i kako oblici mogu biti kombinirani da bi stvorili složenije slike i uzorke. Kroz proces lijepljenja oblika različitih veličina i boja, djeca razvijaju svoj osjećaj za estetiku i kompoziciju, dok u isto vrijeme uče o proporcijama i simetriji. Uvođenjem geometrijskih oblika u likovne aktivnosti, djeca se potiču na istraživanje i izražavanje svojih ideja na kreativan način. Umjesto da samo pasivno primaju informacije, oni aktivno sudjeluju u procesu stvaranja, što im pomaže da dublje razumiju i zapamte naučeno. Tako geometrija postaje ne samo sredstvo učenja, već i alat za izražavanje osobnosti i mašte, čineći svaki crtež ili kolaž jedinstvenim i vrijednim (N.Dobrić,1983;165).

Likovno izražavanje kroz geometrijske oblike djeci nudi sigurno i zabavno okruženje za eksperimentiranje s idejama i razvojem vještina koje će koristiti cijeli život. Na ovaj način, geometrija nije samo suhoparna tema iz knjiga, već živopisan i uzbudljiv dio njihove svakodnevice.

Autorica Dobrić u svojoj već spomenutoj knjizi navodi da djeca mlađe dobne skupine sa već ponuđenim oblicima stvaraju sliku lijepljenjem, a odgajatelj svojim završim detaljem daje smisao slike (N. Dobrić,1983;165).

Nešto starija djeca mogu dobiti čak različitu veličinu oblika možda i druge boje. a od toga onda nastaje neki već željeni lik. Postepeno se broj elemenata povećava, dodaju se nove forme i kompozicije postaju bogate i duhovitije (N. Dobrić 1981;166).

„ Povijest metode likovnog odgoja poznate kao "geometrizam", u kojoj su djeca učila crtati koristeći geometrijske oblike, kao što su kvadratići ili druge figure, ili crtajući po zadanim oblicima. Iako je ova metoda bila popularna, smatra se da je zastarjela, jer naglasak nije samo na likovnom odgoju, već na razvijanju prostorne svijesti i matematičkog mišljenja kod djece.“ ( N. Dobrić,1981;167).

Cilj nije nužno naučiti djecu crtanju već poticati njihov razvoj kroz igru i interakciju s različitim oblicima i materijalima. U likovnom izražavanju, važno je omogućiti djeci slobodu istraživanja i kreativnog izražavanja, koristeći geometrijske oblike ne samo kao alat za crtanje, već i kao način za bolje razumijevanje svijeta oko sebe.

Odgojitelji bi trebali integrirati matematičke pojmove u aktivnosti na prirodan način, kroz igru i svakodnevne situacije, a ne ih nužno predstavljati kao zasebnu edukativnu komponentu. Kod starije djece, matematički koncepti se mogu uvoditi diskretno, bez da im se pridaje formalni karakter, omogućujući tako prirodno usvajanje znanja kroz kreativne aktivnosti.

## **6. Razvijanje spoznaje prostorne dimenzije**

„ Prostorni zor ili poimanje prostora ključan je dio ljudske inteligencije. On obuhvaća sposobnost prisjećanja, prikazivanja, transformiranja i generiranja neverbalnih, najčešće prostornog karaktera, informacija. Autorica Pjanić navodi, prema Linn i Petersen (1985) „, da je to kognitivna sposobnost koja nam omogućuje da opažamo, pohranjujemo, prisjećamo se, stvaramo uređujemo i komuniciramo prostorne slike.“ Dok s druge strane već spomenuta autorica navodi da prema Chapin i Johnson (2006)“ definicija prostornog zora kao intuicija za prostorne oblike i razumijevanje geometrijskih aspekata svijeta oko nas, uključujući prepoznavanje i interpretaciju dvodimenzionalnih figura u ravnini te trodimenzionalnih tijela u prostoru.“ „Ova sposobnost omogućava poboljšanu vizualizaciju objekata i njihovih prostornih odnosa u mislima.“ (K. Pjanić, 2023;344)

Ljudi (kao i životinje) trebaju osnovne prostorne pojmove kako bi učinkovito funkcionirali u svakodnevnom životu. Zbog toga manja djeca, pa čak i bebe, počinju razvijati osnovne prostorne pojmove poput lokacije, relativnog položaja, udaljenosti i smjera. Neke prostorne vještine i ideje su ugrađene u ljudsku percepciju: bebe već mogu razlikovati blizu i daleko kada pokušavaju doći do dvije igračke koje su blizu jedna drugoj (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato). Djeca razumiju prostornu orijentaciju i sposobni su shvatiti kako se kreću s jednog mjesta na drugo. U poznatim okruženjima, poput doma ili vrtića, obično znaju gdje su predmeti i kako doći do onoga što im je potrebno. Nauče, na primjer, da je lopta blizu stolice, ispod stolice ili da je najbrži put do stolice prolazak ispod stola. Također uče terminologiju za opisivanje položaja, lokacija i smjerova. Kako rastu, koriste blokove i druge predmete za stvaranje simetrija koje mogu biti vrlo lijepe (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Iako su njihove svakodnevne prostorne ideje često korisne (posebno u poznatim okruženjima) i ponekad vrlo napredne (u slučaju složenih simetrija), mala djeca još uvijek imaju puno toga za naučiti i trebaju pomoć odraslih da bi napredovali. Odgajatelji i roditelji igraju važnu ulogu u razvoju prostorne percepcije djece. Kroz interakciju, jezik i različite prikaze, odrasli mogu odigrati ključnu ulogu pomoći djeci da matematički obrade svoje svakodnevne prostorne ideje.



Ovo uključuje korištenje materijala za igru, slaganje oblika i druge aktivnosti koje pomažu djeci da bolje razumiju i opišu prostorne pojmove (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

### **Praktične aktivnosti za razvoj prostorne percepcije:**

1. **Igre s blokovima:** Korištenje blokova za izgradnju različitih struktura pomaže djeci razumjeti osnovne pojmove poput simetrije, proporcionalnosti i rasporeda.
2. **Zagonetke i slagalice:** Slagalice koje zahtijevaju uparivanje oblika ili dovršavanje slika pomažu djeci razviti prostorne vještine i sposobnost prepoznavanja oblika.
3. **Prikazivanje i manipulacija:** Aktivnosti koje uključuju manipulaciju trodimenzionalnim objektima, poput modeliranja ili gradnje, omogućuju djeci da istraže prostorne odnose i strukture.
4. **Upotreba geometrijskih oblika:** Uključivanje geometrijskih oblika u likovne aktivnosti pomaže djeci u razumijevanju osnovnih matematičkih pojmova kroz kreativni izraz.
5. **Opisivanje prostornih pojmova:** Korištenje jezika za opisivanje položaja i kretanja, kao i igre koje uključuju davanje uputa i slijeđenje putokaza, poboljšavaju dječju sposobnost verbaliziranja prostornog razmišljanja.

Razvijanje prostorne percepcije kod djece ključno je za njihov cjelokupni kognitivni razvoj. Uloga odraslih u oblikovanju i proširivanju dječjih prostorno-matematičkih ideja pomaže u stvaranju čvrstih temelja za kasnije akademske i svakodnevne uspjehe. Kroz ciljane aktivnosti i igre, djeca mogu usavršiti svoje prostorne vještine, što doprinosi njihovom općem razvoju i razumijevanju svijeta oko njih.

### **6.1. Važnost razumijevanja prostorne dimenzije u matematici**

Mnogo razloga postoji za istraživanje prostora, slično kao što postoje za oblike i brojeve. Prostor je zanimljiv zbog svojih vlastitih karakteristika vrijednosti. Prostorni pojmovi, navodeći prema autorima, Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato, uključuje:

- „Jednostavna lokacija i položaj na primjer, pas je na vrhu slona, dok je slon ispod psa.
- Perspektiva, dok ja vidim mačku s lijeve strane i kita s desne strane, dok s vaše strane, nasuprot meni, vi vidite mačku s desne strane i kita s lijeve strane.
- Koordinate na kartezijanskoj ravnini kao što je točka u četvrtom redu i petom stupcu.

- Smjerovi dijete može doći do kutije hodajući dva koraka naprijed, skrećući desno, zatim hodajući četiri koraka naprijed, nakon čega skreće lijevo i prati dijagonalu pet koraka.
- Estetske karakteristike simetrije, na primjer, simetrični dizajn može biti vrlo lijep, dok asimetrični izgled može biti manje privlačan.“ (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato)

Svaka ova tema donosi svoje izazove: na primjer, ako je miš smješten na vrhu mačke koja je pak na vrhu psa, mačka se istovremeno nalazi i na vrhu i ispod nečega. Djeci može biti teško koordinirati ove različite odnose (kao što su biti na vrhu i ispod), ali odrasli mogu pomoći (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Prostorne ideje čine osnovu našeg matematičkog razumijevanja. Na primjer za razumijevanje zbrajanja, dijete može koristiti koncept spajanja dviju različitih skupina objekata ili pomicanja duž standardne linije brojeva. Za oduzimanje, dijete može zamisliti majmuna koji skače s kreveta. Da bi razumjelo ekvivalentnost, dijete može zamisliti balansiranje objekata na ljestvici. Za množenje, dijete može razmišljati o područjima ili nizovima točaka. Prostorne metafore i ideje pomažu u razumijevanju brojeva kod djece i odraslih (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Prostorno razumijevanje, jezik i simbolika imaju praktičnu vrijednost. Djeca (i odrasli) žive u prostoru. Da bi se mogli kretati u njemu, prvo je potrebno razumjeti prostorne odnose u svakodnevnim situacijama, kao što je kada beba otkriva da je igračka skrivena iza kauča. Kasnije, dijete uči koristiti prostorni jezik kako bi se orijentiralo u svijetu, primjerice, kada majka kaže: "Idi u dnevnu sobu i pogledaj ispod kauča za svoju igračku." Čitanje karte za pronalaženje odredišta također zahtijeva prostorno razumijevanje. Odrasli koriste prostorne ideje za planiranje i organizaciju prostora, kao što je postavljanje police za knjige ili tepiha u sobi. Jezik i simbolika omogućuju unaprjeđenje svakodnevnog prostornog znanja (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Prostorna znanja i jezik mogu značajno utjecati na budući akademski uspjeh. Djeca koja razvijaju čvrsto razumijevanje prostornog koncepta i prostornog jezika često pokazuju bolje matematičke vještine u usporedbi s onima koji nemaju isto razrađeno prostorno znanje.

Djeca imaju osnovno znanje o prostoru koje se može nadograđivati kroz rano matematičko obrazovanje. Veoma su sposobna za učenje o nekoliko ključnih prostorno-matematičkih pojmova (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Djeca su vješta u prepoznavanju položaja objekata u svojoj okolini. Često koriste neformalan jezik za opisivanje gdje se nešto nalazi u odnosu na druge objekte, uključujući sebe. Međutim, potrebno je proširiti njihovo razumijevanje položaja i naučiti precizne matematičke termine za opisivanje tih odnosa.

Na primjer, dijete može opisati gdje su objekti u sobi na sljedeće načine:

- Pas je na vrhu stola.
- Stavila sam svoju slatkiša na bijelu plahtu.
- Bacio sam jabuku iza drveta.
- Stavila sam donje rublje ispod kreveta.
- Stavila sam kiseli kupus u sredinu sendviča.
- Moja stolica je ispod prozora.
- Na dnu ormara je i pamučni jastučić.
- Stavila sam novčić u svoju kasicu (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato)

Svi ovi primjeri odnose se na predmete koje dijete može lako identificirati. Na primjer, dijete može prepoznati različite vrste jabuka kao jabuke. No, pojmovi poput pozicije i lokacije su apstraktni i relativni. Na primjer, kupus u sredini sendviča dodiruje kruh s obje strane, dok je donje rublje smješteno ispod kreveta (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato)

Drugi način razumijevanja prostornog odnosa je korištenje orijentira. Orijetiri su prepoznatljive točke koje pomažu u određivanju lokacije. Čak i mala djeca mogu koristiti orijentire za pronalaženje skrivenih objekata. Na primjer, ako stavite igračku iza kauča dok dijete promatra, ono će znati da se igračka nalazi iza kauča. U ovom primjeru, igračka je predmet, kauč služi kao orijentir, a odnos između njih opisuje se pojmom "iza" (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Da bi uspjela razumjeti i koristiti prostorne pojmove, djeca trebaju naučiti i riječi i koncepte. Trebaju usvojiti pojmove poput "iznad" i "ispod", kao i razumjeti što ti pojmovi znače. Odrasli mogu pomoći djeci tako što će im modelirati kako koristiti te pojmove. Na primjer, ako dijete

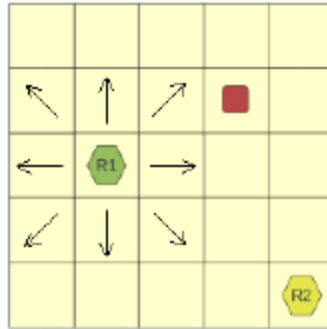
upita gdje se nalaze knjige, može odgovoriti govoreći "na polici" i pokazati rukom. Odrasli mogu potvrditi: "Točno, knjige su na polici pored ormara." (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

„Složena pozicija, koncepti lijevo i desno mogu biti teški za malu djecu. Moraju prvo naučiti prepoznati koja je ruka desna, a koja lijeva, što se može ojačati naljepnicom na desnoj ruci. Zatim, trebaju primijeniti ove pojmove na vanjske objekte, što je osobito teško jer su ovi pojmovi uvijek relativni prema smjeru u kojem se dijete nalazi. Na primjer, ako Mario gleda stol s jedne strane, knjiga će mu biti s desne strane, a blok s lijeve strane. Ako se pomakne na drugu stranu stola, vidjet će obrnuto. Djeca obično ne svladaju pojmove lijevo i desno dok ne postanu starija, možda u ranoj osnovnoj školi. Stoga, ne brinite ako imaju poteškoća u početku.“( Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

„Razumijevanje dvostrukih odnosa, razumijevanje istovremenih odnosa može biti vrlo teško za predškolsku djecu. Na primjer, kupus u sendviču je istovremeno iznad donjeg komada kruha i ispod gornjeg komada. Djeca često imaju poteškoća u shvaćanju da može postojati više odnosa u isto vrijeme, jer imaju tendenciju da vide stvari iz vlastite perspektive. Kao rezultat toga, razumijevanje višestrukih odnosa može biti izazovno, slično kao što je slučaj s kupusom koji može biti istovremeno iznad i ispod nečega.“( Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

**„Lociranje objekata u dvodimenzionalnom prostoru** uključuje razumijevanje osnovnih odnosa između visine i širine. Zamislite mrežu s jediničnim kvadratima koja se prostire na pet kvadrata u širinu i pet u visinu, s kvadratima popunjavanim na svim pozicijama u mreži.“ (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

„Ako netko postavi objekt na ovu mrežu, kao što se prikazuje na slici 13, potrebno je djetetu objasniti gdje se taj objekt nalazi. Umjesto da kaže "tamo je", što nije dovoljno precizno, dijete bi trebalo reći nešto poput: "Pronađi donji kvadrat s lijeve strane. Zatim se pomakni četiri kvadrata prema gore i dva kvadrata udesno." ( Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).



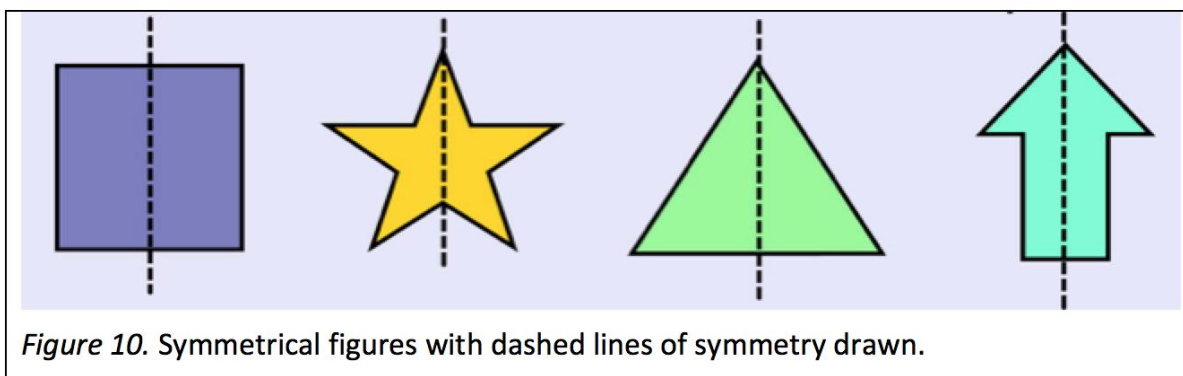
Slika 13. Objekt postavljen na mrežu 5 puta 5. Preuzeto 11.09.2024. [https://www.researchgate.net/figure/A-5-5-grid-with-two-robots-and-the-target-object-arrows-indicate-the-allowed-moves\\_fig2\\_271524302https://bojanka.wordpress.com/category/geometrijski-oblici/](https://www.researchgate.net/figure/A-5-5-grid-with-two-robots-and-the-target-object-arrows-indicate-the-allowed-moves_fig2_271524302https://bojanka.wordpress.com/category/geometrijski-oblici/)

U svakodnevnom životu, djeca često prakticiraju lociranje i orijentaciju. Na primjer, u igri "škakutanje" skakuću na različite kvadrate prema brojevima. Slične vještine se koriste u društvenim igrama poput "Žao nam je", gdje igrači napreduju ili se vraćaju na određene kvadrate (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Na predškolskoj razini, odgajatelji mogu pomoći djeci da poboljšaju svoje vještine u praćenju uputa i razumijevanju smjerova. Na primjer, odgajatelj može reći: "Kada postavljamo stol za užinu, stavimo šalice pored tanjura i sok u sredinu stola, tako da ga svi mogu lako dohvatiti. Također, ne zaboravite staviti ubrus s ove strane svakog tanjura." (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

„Složeni odnosi također uključuju važnu matematičku temu - simetriju, koja se očituje u mnogim prirodnim oblicima. Na primjer, lijevo krilo leptira je zrcalna slika desnog krila, a ljudska tijela su simetrična - lijeva ruka je zrcalna slika desne ruke.“ (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Matematika prepoznaje različite vrste simetrije. Na primjer, zrcalna simetrija dijeli figuru tako da su dvije strane u suprotnim orijentacijama jedna prema drugoj. Zamislite da imate figuru na ravnoj površini i postavite ogledalo okomito uz nju. Tada će figura i njen zrcalni odraz biti simetrični. Korištenje ogledala može pomoći djeci da istraže i razumiju što znači linijska simetrija. Na primjer, na slici 14, svaki oblik je simetričan i svaka linija je linija simetrije. (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).



Slika 14. Simetrične figure s nacrtanim isprekidanim linijama simetrije.

Preuzeto, 11.09.2024, <https://prek-math-te.stanford.edu/spatial-relations/what-children-know-and-need-learn-about-shape-and-space>

**Simetrija u igri**, djeca često istražuju simetriju kroz igru s blokovima. Da bi postiglo ovaj rezultat, dijete je možda moralo fizički rotirati blokove, poput crvenih trapeza, kako bi postiglo zrcalnu sliku. Mala djeca često trebaju fizički manipulirati objektima kako bi razumjela refleksije. Ova iskustva mogu im pomoći da kasnije razviju sposobnost da mentalno okreću oblike bez potrebe za fizičkom konstrukcijom (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

„Karte su posebna vrsta simbolike koja prikazuje odnose između objekata u prostoru. Mogu prikazivati učionicu na različite načine: riječima, crtežima, realističnim prikazima, trodimenzionalnim modelima, dvodimenzionalnim prikazima iz ptičje perspektive, topografskim kartama ili, na primjer, kartama podzemnih željeznica koje pokazuju relativne pozicije bez točne udaljenosti.“ (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

Da bi djeca razumjela kako njihova učionica izgleda na različite načine, moraju prvo razumjeti perspektivu. U početku djeca razmišljaju o prostoru iz svoje vlastite perspektive. Kasnije, kada shvate da imaju zasebnu točku gledišta, mogu zamišljati kako prostor izgleda iz drugih perspektiva. Na primjer, način na koji dijete vidi učionicu s vlastite stolice može se razlikovati od onoga što vidi s prijateljeve stolice. Rad s kartama i modelima može pomoći djeci da vizualiziraju prostor iz različitih gledišta (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

**Razumijevanje karti** može biti izazovno za djecu jer karte predstavljaju trodimenzionalnu stvarnost na dvodimenzionalnoj površini i često su proporcionalno manjeg razmjera od stvarnosti. Predškolci trebaju prvo naučiti čitati jednostavne karte, poput karte učionice, i kasnije ih stvarati. Aktivnosti s kartama mogu se provoditi u vrijeme kruga, gdje učitelj može

koristiti kartu kako bi pokazao djeci gdje trebaju sjediti ili tko ide prvi u redu, što pomaže djeci da identificiraju svoje i prijateljevo mjesto (Herbert P. Ginsburg i Colleen Oppenzato).

## **6.2. Razvoj opažanja prostornih dimenzija**

Djeca od rane dobi počinju primjećivati i razlikovati predmete po njihovoj veličini. Na temelju prirodnog opažanja djeca prvo nauče razlikovati predmete prema veličini, a potom prema specifičnim karakteristikama kao što su dužina, širina i visina. Prema istraživanjima autorice Dobrić iz knjige „*Razvijanje početnih matematičkih pojmova u predškolskim ustanovama*“ (1981) brzina učenja ovisi o preciznosti opažanja i procjenjivanju veličine. Jedan od eksperimenata u kojem su djeca trebala birati već nacrtani predmet pokazalo je da se s dobi povećava brzina u pravilnom odabiru većeg predmeta, kao i sposobnost primjene tog znanja na nove predmete. Ističe se da se sposobnost razlikovanja prostornih dimenzija poput dužine, visine i širine razvija sporije od sposobnosti razlikovanja po veličini. Predškolski uzrast izuzetno je značajan za opažanje i shvaćanje prostornih dimenzija predmeta i pojava. U ovom razdoblju djeca i dalje razvijaju sposobnost razumijevanja dimenzija (N. Dobrić, 1981;177).

Djeca slušajući starije počinju koristiti riječi poput „dugo“, „široko“, „plitko“ koje potom uključuju u svoj vokabular, iako ih često koriste pogrešno. Pojmovi „duže“ i „kraće“ se obično usvajaju oko četvrte godine, dok pojmovi „uže“ i „šire“ dolaze nešto kasnije oko šeste godine. Brzina usvajanja tih pojmova varira među djecom, a prirodni razvoj ovisi o iskustvima koja dijete stječe i podražajima koje dobiva iz okoline. Praksa predškolskih ustanova pokazuje da se usvajanje ovih pojmova može potaknuti brže kod djece iako neka djeca napreduju sporije (N. Dobrić,1981;178)

Opažanje dubine se razvija sporije, pri čemu djeca razlikuju pojmove „pliće“ i „dublje“ tek u kasnijim fazama predškolskog uzrasta. Smatra se da se sposobnost razlikovanja dubine počinje razvijati kod djece od treće godine (N. Dobrić,1981;178).

Kako bi se podržao razvoj opažanja prostornih dimenzija, odgajatelji mogu koristiti različite aktivnosti. Na primjer, igre s blokovima za istraživanje dimenzija ili aktivnosti koje uključuju uspoređivanje objekata različitih veličina i oblika mogu pomoći djeci u razumijevanju pojmova poput dužine i širine.

### 6.2.1. Shvaćanje prostornih dimenzija

Djeca u ranoj dobi, točnije oko treće godine, počinju koristiti pojmove poput „veliko“ i „malo“ kako bi opisali predmete prema njihovoj veličini, dužini, širini ili debljini. Ipak njihove procjene veličine često su subjektivne i bazirane na usporedbi s poznatim objektima. Aktivnosti koje djeca obavljaju kao što su igre i svakodnevne situacije, pomažu im da bolje razumiju te dimenzije. Važno je napomenuti da u procesu učenja prostornih dimenzija, posebno su važne praktične aktivnosti gdje djeca manipuliraju objektima različitih veličina. Ove aktivnosti pomažu djeci razviti sposobnost prepoznavanja i razlikovanja veličina, te koriste znanja u svakodnevnim situacijama. Kroz vođene aktivnosti, djeca uče praviti razliku između dugih i kratkih, širokih i uskih te debelih i tankih predmeta (N. Dobrić, 1981; 178). Primjerice, kroz igru s različitim lopticama i kutijama, djeca mogu steći razumijevanje zašto neka lopta stane u njihovu ruku, a neka ne ili zašto u veliku torbu stane mnogo manjih predmeta, dok u manju torbu stane samo jedan veliki predmet.

U ranoj fazi procjena veličina kod djece često se radi „od oka“, bez korištenja točnih mjernih jedinica. Djeca počinju birati predmete na temelju razlike u veličini, što se prvenstveno odnosi na vizualno uočljive karakteristike poput velike i male veličine. Djeca spontano u igri opažaju veličinu predmeta te je uspoređuju s predmetima koje već poznaju (N. Dobrić, 1981; 178).

Kroz aktivnosti često se koriste termini veliko i malo kako bi se opisala razlika u veličini što omogućuje djeci da shvate različite dimenzije predmeta i pojava. Ovaj proces učenja često se temelji na svakodnevnim situacijama, gdje djeca procjenjuju veličine predmeta koje vide u svom okruženju, poput igračaka, stolica i kutija (N. Dobrić, 1981; 178).

Razvoj prostornih pojmova kao što su „dugo“ i „kratko“ ili „debelo“ i „tanko“ prati i razvoj sposobnosti logičkog razmišljanja. Djeca počinju uspoređivati predmete prema dužini, visini ili širini te razvijaju sposobnost razlikovanja tih dimenzija kroz iskustvo i svakodnevne životne aktivnosti. Pri tome je važno pravilno usmjeravati djecu i postavljati im pitanja poput. „Zašto mala lopta stane u kutiju, a velika ne?“ (N. Dobrić, 1981; 179).

Cilj obrazovnih programa u vrtićima je pomoći djeci da osvijeste, prepoznaju i imenuju različite dimenzije predmeta, što im pomaže u boljem shvaćanju svijeta oko sebe. Kao didaktički materijal mogu se koristiti razni predmeti s kojima se djeca svakodnevno susreću. Uspoređuju ih prema dimenziji koju najčešće opažaju. To znači uspoređivati predmete prema visini (drveće,



ljudi, zgrade), dužini (kaiševi, putevi), dubini (posude, lokve, udubljenja), ili debljini (štapovi, olovke, knjige) (N. Dobrić,1981;179).

Za bolje opažanje dimenzija pomaže i pokazivanje dimenzije rukama. Kod dužine, odgojitelj pokazuje rukom povlačeći je duž predmetnog objekta. Ako je predmet vodoravno, ruka ide s lijeva na desno, a ako je uspravno, od gore prema dolje.(N. Dobrić,1981;179).

Kod širine, ruka se širi bočno. Dijete treba povlačiti ruku cijelom širinom kako bi se dimenzija dobro dočarala, a ne samo do sredine predmeta. Pri pokazivanju visine, ruka se pomiče odozdo prema gore, prateći cijelu visinu predmeta (N. Dobrić,1981;179).

Dimenzija koju pokazujemo mora biti jasno vidljiva, a predmet mora biti postavljen tako da je ta dimenzija naglašena. Treba često ponavljati nazive dimenzija, npr. „Ovaj konopac je dugačak kao dva štapa.“ (N. Dobrić,1981;180).

Razlike u veličini predmeta moraju biti izražene. Na primjer, kod dužine mora biti razlika od barem 10 cm između materijala, koja se postepeno smanjuje kako dijete razvija osjećaj za dimenzije. U početku se koristi razlika od 5 cm, zatim manja, sve dok razlike ne budu vidljive i do 1-2 cm. Tako dijete usvaja i pojmove poput „duže“, „kraće“, uz dodatnu podršku usmene potvrde odrasle osobe (N.Dobrić,1981;180).

Uspoređujući predmete prema jednoj dimenziji, odgojitelj daje primjere imenovanja tih odnosa. Na primjer: "Pogledajte, koja je od ovih kutija veća, crvena ili plava?" ili "Koji je od ova dva bora viši?" Na taj način djeca od početka pravilno uče nazive, promatrajući odnose među predmetima, umjesto da koriste netočne izraze kao što su „tanji“, „duži“, ili „viši“.

Posebnu pažnju treba posvetiti boljoj diferencijaciji dimenzija koje djeca često zamjenjuju, kao što su dužina i širina, debljina i širina, te dubina i dužina. Praksa mnogih odraslih pokazuje da često koriste nejasne izraze za opisivanje dimenzija, umjesto da koriste precizne izraze koji jasno opisuju dimenziju predmeta (npr. „mali“ umjesto „kratak“).

Jedno od važnih pravila za pravilno usvajanje pojmova jest da se pojmovi koji govore o dimenzijama, kao što su „duže“, „kraće“, „više“ i „niže“, jasno razumiju. Djeca bi trebala naučiti ispravno imenovati dimenzije predmeta, na primjer, „Bor je viši od jele.“ (N. Dobrić,1981;180).

U procjeni dimenzija, posebno kad se uspoređuju dužine, bitno je usmjeriti djecu na to da ravnaju krajeve predmeta s jedne strane, kako bi se izbjeglo netočno mjerenje. Na primjer, za dužinu se predmeti trebaju poravnati s lijeve strane, dok se debljina i širina uspoređuju stavljanjem predmeta jedan pokraj drugog u nizu. Kod procjene visine, važno je da dijete mjeri od osnove prema vrhu, a za širinu od jednog kraja do drugog (N.Dobrić,1981;181).

Pri uspoređivanju predmeta po boji, odgojitelj može pitati, na primjer: „Koja je traka crvena, a koja plava?“ „Šira traka je crvena, a uža plava.“ U tom kontekstu treba postavljati zadatke poput: „Podignite žutu traku iste širine kao što je crvena“ (što podrazumijeva da su i žuta i crvena traka iste, ali različitih širina). Za razumijevanje dužine kao matematičkog pojma, veličine i za razvoj matematičko-logičkog razmišljanja, važna je sposobnost djeteta da uoči konstantnost neke dužine. Zbog toga su aktivnosti u kojima djeca operiraju s predmetima iste dužine (poput štapića) u različitim položajima vrlo korisne (N. Dobrić,1981;181).

U realizaciji ovih programa važnu ulogu imaju didaktička sredstva, uključujući serije igračaka iste vrste, ali različitih dimenzija, kao što su serije borova, štapića, kutija, te predmeta u predmetu. Razlika u dimenzijama među pojedinim elementima u seriji treba biti ravnomjerna.

U početku rada na uočavanju neke dimenzije koriste se serije s nekoliko elemenata, ali s jasnim razlikama u dimenzijama. Djeca prvo opažaju i uspoređuju predmete, dok se kasnije traži imenovanje dimenzije. Koriste se i predmeti neobičnih dimenzija ili različitih materijala, čime se dodatno potiče dječja pažnja. Djecu posebno uveseljava kad im se pokažu predmeti neobičnih dimenzija i različitih veličina te različitih interesantnih boja i oblika.

Za razvoj uočavanja dimenzija može poslužiti i igra u kojoj se koriste slični predmeti. Važno je da djeca primjećuju sličnosti i razlike među predmetima. Za primjer ćemo navesti neke ideje aktivnost uz pomoć autorice Dobrić:

### **Nađi suprotno**

- U vrećicu ili kutiju stave se sitne igračke ili predmeti svakodnevne upotrebe. Dijete zatvorenih očiju izvlači predmete i treba pronaći sličan predmet, ali suprotnih dimenzija. Na primjer, ako dijete izvuče malu loptu, treba pronaći veliku, ili ako izvuče uski remen, traži široki. Nakon pronalaska predmeta, dijete ih stavlja u parove ispred sebe. Parovi

predmeta potiču dijete na imenovanje kontrastnih svojstava, poput „Ova knjiga je debela, a ova tanka“.

- Igra je slična prvoj, ali je namijenjena starijoj djeci koja u paru trebaju naći predmete suprotnih dimenzija, a zatim ih smjestiti na prihvatljivo mjesto u sobi (N. Dobrić,1981;181).

### **Spari suprotno**

Kao materijal za igru koriste se slike predmeta suprotnih dimenzija (poput male i velike kocke ili kratkog i dugog vlaka). Među različitim slikama djeca pronalaze odgovarajuću kartu onoj koju su izvukli iz kompleta parnih slika, djeca izvlače slike koje zadržava odgojitelj. Igra se može odvijati i u verziji koja predstavlja viši stupanj apstrahiranja dimenzija, jer se odvija bez ikakvih sredstava. To je varijanta "Reci suprotno". U svim ovim igrama djeca razvijaju jedno opće znanje o stvarima i pojavama i njihove suprotnosti, ali i da jedan pojam može imati različite varijante. Otkrivanje ovakvih odnosa može biti vrlo zanimljivo djeci. Tako, na primjer, na izletu djeca mogu odmjeravati tko će se ugledati na više drvo, tanku brezu, pticu koja leti najviše, tko će pronaći najdeblje stablo, otkinuti najdužu šibu. Na taj način djeca uočavaju da predmeti i pojave mogu biti različite visine, duljine, širine, razlike u dubini i slično (N. Dobrić,1981;181).

Kreativna odgajateljica može uz malo truda napraviti igru za djecu koja će biti vrlo atraktivna i s pomoću koje će doživljaj dimenzija biti potpuni, emocionalni i snažni, a i njezin naziv će lako biti shvaćen i zapamćen. Za ilustraciju uzimamo običan komad konopa (najbolje bijeli) obmotan papirom (ili ostacima tapeta), pričvrstimo ga na krajevima i napravimo čvor. Jedan kraj treba biti duži. Onda im se pokaže i objasni. Cijeli konop treba biti postavljen usporedno na pod. Djeca promatraju i procjenjuju koja strana je dulja, koja kraća. Na kraju zaključuju. Isti princip može se primijeniti na igru s plastelinom, gdje djeca modeliraju veće i manje predmete poput zeca s dugim ušima i kratkim repom, lisicu s dugim repom i malim ušima i tako dalje (N.Dobrić,1981;182).

Aktivnosti u kojima djeca mogu oponašati stvarne situacije koristeći materijale kao što su plastelin ili igračke. Ove igre omogućuju djeci da kroz imitaciju i igru razumiju različite dimenzije predmeta i pojava.

Primjerice, u imitativnim igrama djeca mogu koristiti različite kutije koje predstavljaju različite stvari. Ponuda različitih kutija koje su djeca nazvala „kutija krojača” za igru sa škarama, „kutija s ljepljom” za igru lijepljenja papira, te „kutija s trakama” za različite dužine i širine traka. Djeca kroz ove igre uspoređuju predmete prema različitim dimenzijama kao što su dužina, širina, visina, te uče o pojmovima kratko, dugo, usko, široko, visoko i nisko (N. Dobrić,1981;182).

Ovakve igre pomažu djeci da razviju osjećaj za mjerenje i uspoređivanje, kao i da bolje razumiju odnose među stvarima u stvarnom svijetu. Ovi postupci u igrama pomažu djeci u stjecanju praktičnih znanja o različitim dimenzijama i o tome kako se predmeti mogu razlikovati ili biti slični po tim karakteristikama.

Pokretne igre su također vrlo korisne za razumijevanje prostornih dimenzija. U ovim igrama djeca uče procjenjivati udaljenost, visinu i dužinu, poput hodanja dugim i kratkim koracima, skakanja dalje, bacanja lopte na veće udaljenosti, te preskakanja viših prepreka.

U opisanim aktivnostima djeca razvijaju sposobnost preciznog razlikovanja prostornih dimenzija.

Prema autorici Dobrić (1981;184) ključne aktivnosti koje im pomažu u tome uključuju:

1. Uočavanje razlika među malim i velikim predmetima (dugački i kratki, uski i široki, debeli i tanki...).
2. Pronalaženje u grupi 4-5 predmeta onih koji su iste veličine kao pokazani predmet.
3. Prepoznavanje nejednakih predmeta u grupi prema nekoj dimenziji, primjerice dužini ili širini.
4. Pronalaženje parova nejednakih predmeta unutar iste grupe.
5. Grupiranje predmeta istih po nekoj dimenziji.
6. Uređivanje predmeta u niz, prema veličini ili dužini, od najmanjeg do najvećeg.

Svaka od navedenih aktivnosti ima svoje jednostavnije i složenije oblike, poput grupiranja i sparivanja predmeta istih vrsta ili onih sličnih po jednoj osobini. Djeca tako postupno uče izdvajati ono što je jednako i pravilno uspoređivati predmete prema različitim dimenzijama.

Stvaranje igračaka i predmeta u ovim igrama omogućava djeci da shvate kako promjene u jednoj dimenziji mogu utjecati na druge aspekte, poput mase ili oblika predmeta. Na taj način,

djeca dolaze do zaključka da promjena jedne dimenzije može značiti promjenu i u nekom drugom svojstvu, kao što je težina ili volumen (N. Dobrić.1981; 185).

Kroz različite aktivnosti poput crtanja, modeliranja i sličnih igara, djeca uče kako dimenzije utječu na izgled predmeta te kako odabirom različitih veličina mogu prilagoditi predmete svojim potrebama. Na taj način, razvijaju osjećaj za razlike u dimenzijama i osposobljavaju se za preciznije procjenjivanje i razumijevanje odnosa među stvarima.

Kako djeca napreduju, njihova sposobnost razlikovanja dimenzija omogućuje im da bolje razumiju okolni svijet i pravilno imenuju i razlikuju predmete na temelju njihovih fizičkih svojstava, poput dužine, širine, visine, te ostalih mjerljivih dimenzija.

### **6.2.2. Serijacija predmeta prema prostornim dimenzijama**

„ Serijacija je proces u kojem djeca slažu predmete prema veličini ili nekoj drugoj dimenziji, od najmanjeg do najvećeg ili obrnuto, ovaj proces je važan za razvoj logičkog mišljenja kod djece.“ (Preuzeta definicija 11.09.2024. <https://www.logopedtorbica.com/2021/09/08/klasifikacija-i-serijacija-ucenje-kroz-igru/>).

Uvođenje djece u pojam serijacije počinjemo postepeno za početak uvođenjem tri predmeta i formiranjem odgovarajućih pojmova te postepeno uvođenjem više različitih elemenata. Ovaj pojam prvenstveno je za djecu starijeg predškolskog uzrasta, ali može se ponuditi i mlađoj dobnoj skupini ako im je forma bliska. Moramo znati da to nisu još logičke operacije nego opažanje figura da bi to bolje razumjeli, autorica Dobrić(1981) navodi Piagetova istraživanja koja pokazuju da se serijacija razvija kroz tri faze;

- potpuni nedostatak serijacije, dijete ne može pravilno slagati predmete,
- empirijska serijacija, dijete pokušava slagati, ali s pogreškama,
- sistemska serijacija, dijete ispravno primjenjuje logički redoslijed. Po Piagetu ova faza se javlja oko šest i sedam godina.

Dijete prolazi kroz ove faze tijekom razvoja i postupno stječe sposobnost pravilnog slaganja predmeta. U procesu učenja, važnu ulogu igraju didaktička sredstva poput bojica, štapića i

drugih materijala koji pomažu djeci razumjeti prostorne odnose pripremajući djecu za složenije logičke operacije kasnije u životu (N. Dobrić, 1981; 186).

Serijacija predmeta pomaže djeci u razvoju razumijevanja relativnih veličina i logičkih odnosa među njima. Za primjer ćemo navesti slaganje lutki po veličini, gdje djeca shvaćaju da je jedna lutka manja od druge, ali i veća od prethodne. To im pomaže razviti matematičko – logičko mišljenje. Da bi postigli taj cilj djecu se pažljivo uči prepoznavati različite karakteristike urođenih nizova. Kao što su, točan redosljed elemenata, odnos zadnjeg elementa prema prethodnom, odnos svakog elementa prema ostalima i odnos svakog elementa prema onima koji slijede. Na ovaj način djeca usvajaju i razumijevaju tranzitivnost, npr. ako je jedan štapić duži od drugog, a drugi kraći od trećeg, dijete zaključuje odnose među njima, ovim zadacima potičemo kod djece logičko razmišljanje dok koristimo konkretne primjere kao što su obojeni štapići (Dobrić, 1981).

U zadacima serijacije koriste se igre i aktivnosti koje pomažu djeci razumjeti odnose i greške, poput slaganja predmeta po veličini, identificiranja što nedostaje ili što je pogrešno u nekom nizu.

U početnim fazama serijacije najbolje je koristiti materijale koji se razlikuju samo po jednoj dimenziji, poput veličine, dok su u svim ostalim aspektima slični. To djetetu olakšava fokusiranje na određeno svojstvo prilikom slaganja. Preporuča se i određeni redosljed u razlikama. Didaktička pomagala trebaju imati te karakteristike. Na primjer, kod slaganja po duljini, razlika među predmetima može biti mala, poput jednog centimetra (N. Dobrić, 1981; 186).

U kasnijim fazama serijacija postaje izazovnija jer se uvode materijali s različitim svojstvima. Djeca moraju usmjeriti pažnju na više kriterija kako bi pravilno složila niz. U složenijim situacijama, djeci se mogu ponuditi i dodatni izazovi, poput stavljanja užih i širih predmeta jedan pored drugog kako bi uočila razlike (N. Dobrić, 1981; 186).

Shvaćanje postupka serijacije potiče djecu na aktivnosti u kojima grupu predmeta slažu prema različitim kriterijima. Kada djeca nauče slagati niz po jednom kriteriju, trebaju se prilagoditi promjenama u redosljedu prema drugom kriteriju. Tako se razvijaju u razumijevanju logike.

Za napredniju djecu, dvostruka serijacija može biti koristan izazov, jer omogućuje slaganje po dva kriterija istovremeno. To dodatno razvija logičko mišljenje i sposobnost uočavanja odnosa među predmetima. Aktivnosti trebaju proizlaziti iz djetetove intelektualne radoznalosti i biti izvor zadovoljstva zbog postignutih uspjeha (Dobrić,1981).

Važno je da se aktivnosti serijacije prilagode razvojnim fazama djeteta i da se odvijaju kroz igru i prirodnu znatiželju, a ne prisilu. Djeci treba omogućiti da kroz uspjehe u ovim aktivnostima osjete zadovoljstvo i motivaciju, što je ključno za pozitivan odnos prema matematici i učenju općenito. Kroz igru i učenje serijacije, djeca stječu temelje za složenije matematičke koncepte, razvijaju kognitivne vještine i uče prepoznavati odnose i strukture u svijetu oko sebe.

## **7. Promicanje dobrih početaka matematike u ranom djetinjstvu**

Nacionalno vijeće učitelja matematike (NCTM) i Nacionalna udruga za obrazovanje mladih djece (NAEYC) potvrđuju da je visoko kvalitetno, izazovno i pristupačno obrazovanje matematike za djecu od 3 do 6 godina ključna osnova za buduće učenje matematike. U svakom okruženju za ranu dječju edukaciju, djeca bi trebala imati iskustva s učinkovitim, istraživački temeljenim kurikulumom i metodama podučavanja. Takva visokokvalitetna praksa u učionici zahtijeva politike, organizacijske potpore i adekvatne resurse koji omogućuju učiteljima da obave ovaj izazovan i važan posao (NAEYC/NCTM Joint Position Statement).

Tijekom ranih godina života, djeca primjećuju i istražuju matematičke dimenzije svog svijeta. Uspoređuju količine, traže obrasce, snalaze se u prostoru i suočavaju se s stvarnim problemima poput balansiranja visokog građevinskog bloka ili pravednog dijeljenja zdjele keksića s prijateljem. Matematika pomaže djeci da razumiju svoj svijet izvan škole i pomaže im da izgrade čvrste temelje za uspjeh u školi (NAEYC/NCTM Joint Position Statement).

Kratki pregled razvoja matematičkih vještina kod male djece, prema dobi: (Preuzeto;13.09.2024, [https://d43fweuh3sg51.cloudfront.net/media/media\\_files/1eb4e955-84ad-4e20-b795-09dc6bb4a605.pdf](https://d43fweuh3sg51.cloudfront.net/media/media_files/1eb4e955-84ad-4e20-b795-09dc6bb4a605.pdf) ).

### **Dvogodišnje dijete uči:**

- Izgovoriti nekoliko brojeva, ali ne nužno u pravom redosljedu.
- Razumjeti značenje brojeva jedan i dva.
- Uzimati ili davati jedan ili dva predmeta kada se to zatraži.

- Prepoznati kada jedna zbirka ima više predmeta od druge.
- Razumjeti da dodavanje ili oduzimanje predmeta iz zbirke mijenja količinu.
- Razumjeti dijelove i cijele zbirke, te prepoznati da dodavanje zbirci znači "više", a oduzimanje "manje".
- Razumjeti da se dijelovi grupe mogu kombinirati na različite načine, ali ne može to verbalno izraziti.
- Uspoređivati dva identična oblika.
- Razumjeti neke prostorne riječi, poput "gore" i "dolje", te pratiti upute koristeći te riječi.
- Raditi jednostavne usporedbe između dva predmeta (npr. mali/veliki, kratak/dugačak, više/manje).
- Prepoznati kada je jedan predmet veći od drugog.
- Pokazivati zanimanje za uzorke i sekvence.

### **Trogodišnje dijete uči:**

- Brojati do 5.
- Razumjeti da riječi "jedan", "dva", "tri" predstavljaju količinu.
- Početi prepoznavati prvi i posljednji predmet u nizu.
- Prepoznati nekoliko brojeva.
- Reći broj koji proizlazi iz dodavanja ili oduzimanja jednog predmeta iz grupe do tri predmeta.
- Razumjeti da je cijela grupa veća od dijelova, kada vidi grupu od pet ili više predmeta, iako ne može kvantificirati točan broj bez brojanja.
- Imenovati nekoliko osnovnih 2D oblika (npr. krug, kvadrat, trokut).
- Razumjeti riječi koje opisuju položaj predmeta u odnosu na druge (npr. ispred, iza).
- Početi uspoređivati dva predmeta na specifičnije načine, poput visine, duljine, težine.
- S poteškoćama odrediti koji je predmet viši ili dulji kada ih postavi jedan pored drugog.
- Prepoznati jednostavne ponavljajuće uzorke (npr. konj, patka, konj, patka).
- Izgovoriti uzorak naglas dok ga promatra.

### **Četverogodišnje dijete uči:**

- Brojati do 10.
- Početi prikazivati brojanje kroz crtanje i pisanje.



- Opisivati relativni redoslijed koristeći riječi "prvi", "drugi", "posljednji", i možda prepoznati treći u nizu.
- Čitati brojeve do 5.
- Dodati jedan do tri predmeta grupi kako bi se formirala grupa do četiri, i izračunati koliko predmeta ima ukupno.
- Oduzeti jedan do tri predmeta iz grupe i izračunati koliko ih je ostalo.
- Pronaći različite načine formiranja grupe (npr.  $2 + 2$  i  $3 + 1$  oba daju 4).
- Početi prepoznavati i imenovati osnovne oblike kada su predstavljeni u različitim veličinama, orijentacijama ili proporcijama.
- Imenovati dijelove oblika (stranice, kutovi) i formirati oblike iz dijelova.
- Koristiti riječi koje opisuju položaj (npr. preko, ispod, iza), smjer (npr. gore/dolje) i udaljenost (npr. blizu/daleko).
- Usporediti malu zbirku predmeta na temelju različitih atributa (npr. duljina, veličina, težina) i poredati ih.
- Koristiti jezik kao što su "veliko/malo" i s vremenom "veliko, veće, najveće".
- Koristiti neformalne jedinice mjerenja i upoznati se s standardnim mjernim alatima (npr. vaga, ravnalo).
- Proširiti i popraviti ponavljajući AB uzorak popunjavanjem nedostajućeg dijela (npr. krug, trokut, krug, trokut, \_\_\_\_, trokut).
- Duplicirati ponavljajući AB uzorak prema modelu.

### **Petogodišnje dijete uči:**

- Brojati do 20 i brojati unatrag od 5, možda i od 10.
- Utvrditi bez brojanja koji je od dva broja do 10 veći.
- Razumjeti redoslijed "prvi", "drugi", "treći"... do "deseti".
- Čitati i pisati jednoznamenaste brojeve do 9.
- Modelirati i rješavati jednostavne zadatke zbrajanja i oduzimanja do pet koristeći neformalnu strategiju, poput brojanja, kako bi prepoznalo koliko ih je sveukupno ili koliko ih je ostalo.
- Imenovati dijelove cjeline do pet ili više; ili, kada su predstavljeni dijelovi, imenovati cjelinu (npr.  $5 = 1 + 4$  i  $2 + 3$ ).
- Imenovati nekoliko osnovnih 3D oblika (npr. konus, cilindar, sfera, kocka).
- Prepoznati poznate oblike i druge oblike poput šesterokuta, romba, trapeza.

- Razumjeti da oblik ostaje isti ako ga povećamo ili okrenemo.
- Kreirati nove oblike kombinirajući druge oblike.
- S vremenom početi stvarati i koristiti jednostavne karte za pronalaženje predmeta.
- Napraviti neformalne usporedbe i procjene.
- Postaviti predmete jedan iza drugog kako bi točno izmjerio duljinu predmeta.
- Koristiti riječi za mjerenje i neke standardne mjere alate točno.
- Proširiti i popraviti složenije ponavljajuće uzorke, poput ABB ili ABC uzoraka.

Postignuća u matematici i drugim područjima značajno se razlikuju od države do države i od odgojno obrazovne ustanove do ustanove. Postoji mnogo ohrabrujućih pokazatelja uspjeha, ali i područja koja izazivaju stalnu zabrinutost. U matematici, kao i u pismenosti, djeca koja žive u siromaštvu te djeca iz jezičnih i etničkih manjinskih skupina pokazuju znatno niže razine postignuća. Ako se napredak u poboljšanju matematičke pismenosti želi nastaviti, potrebno je posvetiti mnogo veću pažnju ranim matematičkim iskustvima. Povećana svijest i trud nedavno su se pojavili u pogledu ranih osnova pismenosti. Na sličan način, povećana energija, vrijeme i široka predanost ranim godinama donijet će značajan napredak u učenju matematike. (NAEYC/NCTM Joint Position Statement).

## **8. Poticajno okruženje vrtića**

Prostorno i materijalno okruženje vrtića igra važnu ulogu u stvaranju stimulativnog prostora za učenje i igru. Ono bi trebalo biti pažljivo dizajnirano kako bi podržavalo različite aspekte dječjeg razvoja – fizički, kognitivni, socijalni i emocionalni. Ključno je da prostor bude funkcionalan, siguran, estetski ugodan i prilagođen djeci, kako bi se osjećala slobodno istraživati i koristiti svoje okruženje.

### **8.1. Prostorno okruženje**

Prostorno uređenja vrtića treba poticati interakciju i slobodno kretanje, također biti ugodan i nalik obiteljskom domu. Materijali trebaju biti dostupni djeci, a prostor dobro organiziran kako bi se poticalo grupiranje i suradnja. Manje grupe djece omogućuju kvalitetniju komunikaciju i interakciju. Prostor se može podijeliti na aktivnosti, s materijalima koji odgovaraju svakoj aktivnosti, a djeca se trebaju slobodno kretati i birati čime će se baviti. U takvom okruženju djeca se potiču na istraživanje, eksperimentiranje i stjecanje novih znanja. Boravak u prirodi, igru i istraživanje vanjskog prostora važno je poticati jer pridonose tjelesnom i mentalnom

zdravlju djece. Različiti prostori, poput dvorišta vrtića ili "osjetilnih vrtova", mogu djeci omogućiti učenje kroz iskustvo i razvijanje svijesti o važnosti očuvanja okoliša (T. Budisavljević,2015).

Centri aktivnosti predstavljaju manje prostore odvojene namještajem koji potiču djecu na istraživanje. Djeca od najranije dobi koriste svoja osjetila – opip, okus, vid, sluh i njuh – za otkrivanje svijeta oko sebe, dok se njihovi interesi šire dok rastu. Odgojitelji imaju ključnu ulogu u oblikovanju prostora s različitim centrima aktivnosti, uzimajući u obzir razvojne faze i individualne interese djece. Najčešći centri uključuju glazbeni, senzorički, likovni, matematički, istraživački centar, te centre za igre s pijeskom, vodom, građenje, prirodu, početno čitanje i pisanje, obiteljske i dramske igre te igre na otvorenom (T. Budisavljević, 2015).

Matematičko manipulativni centar sadrži materijale poput slagalica i malih kocaka koje djeca mogu rastavljati i ponovno sastavljati. Ovaj centar uključuje igre koje pomažu djeci u učenju usporedbe, usklađivanja, računanja i kategorizacije. Kroz izradu vlastitih igara, djeca također vježbaju govorne vještine. Aktivnosti u ovom centru doprinose razvoju intelektualnih sposobnosti, finih motoričkih vještina te koordinacije oka i ruke. Također, kroz međusobnu razmjenu, pregovaranje i rješavanje problema, djeca razvijaju socijalne vještine (Hansen, Kaufmann, Walsh, 2006;16).

## **8.2. Uloga odgojitelja**

Uloga odgajatelja je ključna u stvaranju poticajnog i podražavajućeg okruženja za djecu. Odgajatelji trebaju pažljivo planirati i organizirati prostor te aktivnosti kako bi potaknuli dječje istraživanje, kreativnost i učenje. Oni pružaju podršku i usmjeravaju djecu u njihovim aktivnostima, promatrajući njihove potrebe, interese i razvojne faze. Odgajatelji kako navodi autorica Slunjski (2003) također igraju važnu ulogu u poticanju socijalnih vještina kroz interakciju među djecom, te u rješavanju konflikata i razvijanju vještina suradnje. Oni trebaju prilagoditi pristup individualnim potrebama svakog djeteta, stvarajući okruženje koje potiče učenje i osobni razvoj. Uz to, odgajatelji surađuju s roditeljima, dijeleći informacije o napretku djece i uključujući ih u obrazovni proces. Kroz promišljeno vođenje i osiguranje raznovrsnih aktivnosti, odgajatelji pomažu djeci u stjecanju znanja i vještina koje su temelj za njihov daljnji razvoj i uspjeh (E. Slunjski,2003).

### **8.3. Okruženje za učenje matematičkih pojmova**

Matematički koncepti prisutni su u svakodnevnom životu djeteta već od najranije dobi. Djeca uče matematiku kroz konkretne aktivnosti i situacije koje su im zanimljive i imaju svrhu. Proces razvoja matematičkog znanja nije jednak za svako dijete, jer djeca različitih dobnih skupina nemaju istu polaznu točku, a svako dijete napreduje svojim tempom. Uloga odgajatelja u razvoju matematičkog mišljenja i znanja kod djece uključuje pružanje podrške djeci u nadogradnji postojećih znanja, stvarajući okruženje u kojem djeca mogu graditi nova znanja na temelju svojih neformalnih matematičkih spoznaja (E.Slunjski,2012;50).

Također bitno je djeci omogućiti slobodu da kreiraju vlastite strategije i rješenja te stvoriti atmosferu u kojoj potiče se rasprava i suradnja među djecom. Odgojitelji trebaju postavljati djecu pred kognitivne konflikte kako bi djeca preispitala svoja znanja i gradila nova razumijevanja kroz interakciju sa složenim situacijama iz okoline koje ih potiču na razmišljanje i rješavanje problema. Na taj način odgajatelji doprinose razvoju matematičkih kompetencija stvaranjem bogatog okruženja koje cijeni individualnost svakog djeteta (E.Slunjski,2012;51).

Prema autorici Slunjski (2012.) važnost rane matematike u ustanovama ranog odgoja koji se temelji na dostupnosti različitih materijala i interakciji djece s njima. Svako dijete može biti uključeno u različite aktivnosti koje obuhvaćaju;

- Brojeve i operacije; djeca stječu iskustva brojenja, pridruživanja, klasificiranja, sortiranja i razumijevanja odnosa.
- Odnose funkcija i algebru; djeca uče koristiti simbole.
- Geometriju i prostorne odnose; djeca se upoznaju s različitim oblicima i strukturama.
- Mjerenja; djeca prepoznaju i uspoređuju karakteristike poput težine, dužine i vremena.
- Analiziranje podataka; djeca organiziraju i interpretiraju informacije te uspostavljaju odnose između podataka
- Rješavanje problema, djeca razvijaju sposobnost razmišljanja i komunikacije i povezivanja.

### **9. Igra u funkciji matematičkih pojmova**

Igra se uvijek opisuje kao ključna aktivnost koja doprinosi učenju, otkrivanju i razvoju, a posebna pažnja se pridaje njezinoj ulozi u metodici nastave. Kroz igru djeca razvijaju osnovne

matematičke pojmove poput oblik, veličina i količina, kao i sposobnost poput uspoređivanja, serijacije i klasifikacije (M. Peteh;2009;27). Zbog toga je igra neizostavan dio učenja kod djece, jer kroz nju uče pravila razvijaju osjetila i stječu osjećaj postignuća. Autorica M. Peteh u svom priručniku „Matematika i igra za predškolce“ navodi podjelu u nekoliko kategorija;

- Igre s konkretnim predmetima
- Pokretne igre
- Igre s didaktičkim materijalima
- Igre uz pjevanje
- Igre riječima
- Ostale igre.

Igra je neophodan i prirodan način učenja kod djece, posebno u ranom djetinjstvu, jer im omogućava da kroz iskustvo i interakciju razviju ključne matematičke pojmove i sposobnosti. Korištenje raznolikih oblika igre u obrazovnom kontekstu ne samo da potiče kognitivni razvoj, već također podržava razvoj socijalnih vještina, emocionalne inteligencije i kreativnosti. Stoga bi igre trebale zauzimati središnje mjesto u svakoj metodici ranog učenja, jer one omogućuju djeci da na zabavan i učinkovit način stječu znanja koja će im biti temelj za daljnji razvoj (M.Peteh,2009;28).

### **9.1. Nekoliko primjera igara iz prakse**

U daljnjem tekstu bit će navedene aktivnosti koje nam mogu pridonijeti razvoju koncepta oblika i prostora kod djece predškolske dobi, u praksi koje odgojitelji svakodnevno koriste u svojim skupinama;

#### **1. Konstrukcija s blokovima:**

- o **Što nam je potrebno:** Različiti oblici blokova (kocke, pravokutnici, trokuti, cilindri).
- o **Aktivnost:** Potičemo djecu da grade različite strukture koristeći blokove. Možemo im dati zadatak da izgrade toranj koji je visoki kao njihova omiljena igračka ili da stvore određeni oblik poput kuće ili automobila. Ova aktivnost pomaže djeci razumjeti odnose između različitih oblika i njihovu funkcionalnost u prostoru.

#### **2. Igra s papirnatim oblicima:**

- **Što nam je potrebno:** Papirnate oblike (kružni, kvadratni, trokutasti) i ljepilo.
  - **Aktivnost:** možemo dati djeci papirnate oblike i pustiti ih da ih lijepe na papir kako bi stvorili slike ili obrasce. Možemo im dati zadatak da naprave određene oblike poput sunčane strane, ili da stvore sliku koja koristi sve oblike.
3. **Istraživanje oblika u prirodi:**
- **Što nam je potrebno:** Nema specifičnih materijala osim prirodnih predmeta.
  - **Aktivnost:** Povedemo šetnju u prirodi i tražimo oblike u okolini (npr. krugovi u cvjetovima, pravokutnici u drvenim pločama, itd.). Nakon toga, razgovaramo o tome što smo pronašli i kako se ti oblici mogu usporediti s onima koje su vidjeli ranije.
4. **Igra “Koji oblik nedostaje?”:**
- **Što nam je potrebno:** Skup oblika s jednim oblikom koji nedostaje.
  - **Aktivnost:** Pokažemo djeci skup oblika i zatim sakrijemo jedan oblik. Pitamo ih da prepoznaju koji oblik nedostaje. Ova igra može pomoći djeci da razviju svoje vještine opažanja i razumijevanja.
5. **“Traganje za oblicima”:**
- **Što nam je potrebno:** Kartonski oblici koje smo prethodno sakrili u različitim dijelovima prostora.
  - **Aktivnost:** Sakrili smo oblike po sobi i zatražili od djece da ih pronađu. Kada pronađu oblik, mogu ga donijeti i smjestiti u označenu područje ili kutiju za oblike. Ovo im pomaže razumjeti koncept skrivenih i vidljivih objekata u prostoru.
6. **“Oblikovna utrka”:**
- **Što nam je potrebno:** Različiti oblici u boji ili oznake za oblike.
  - **Aktivnost:** Postavimo oblike na različite strane prostora i organiziramo utrku gdje djeca moraju trčati do određenog oblika, dodirnuti ga i vratiti se. Možemo dodati varijacije poput hodanja unatrag ili hodanja na prstima dok se kreću prema oblicima.
7. **“Oblikovni Bingo”:**
- **Što nam je potrebno:** Bingo kartice s različitim oblicima i kockice za označavanje.
  - **Aktivnost:** Svakom djetetu dajemo bingo karticu s različitim oblicima. Dok mi izvlačimo i nazivamo oblike, djeca označavaju odgovarajuće oblike na svojim

karticama. Prvo dijete koje označi sve oblike u jednom redu ili na cijeloj kartici pobjeđuje.

#### 8. “Oblikovne priče”:

- **Što nam je potrebno:** Karte s oblicima ili slike.
- **Aktivnost:** Pomažemo djeci da sastave priče koristeći oblike kao glavne likove ili dijelove priče. Na primjer, “Jednom davno, krug je otišao na putovanje i sreo kvadrat koji mu je pomogao pronaći trokut.” Djeca mogu ilustrirati priču ili stvarati vlastite priče koristeći oblike.

#### 10. Istraživanje geometrijskih oblika kroz igru; aktivnosti i metode u dječjem vrtiću „Maslina“

U Dječjem vrtiću Maslina, povodom Večeri matematike, provedene su aktivnosti usmjerene na učenje osnovnih geometrijskih pojmova u mješovitoj skupini djece predškolske dobi. Ove aktivnosti su bile osmišljene kako bi omogućile djeci da kroz igru i praktične zadatke usvoje osnovne geometrijske oblike i odnose u prostoru.

##### 1. Skoči na boju i oblik

**Materijal** ; izrađena polja različitih oblika i boja zalijepljenih na podu, kocka izrađena s različitim oblicima i bojama, kocka znamenke 1- 6.

**Dob djece** od 4 do 7 godina

**Opis igre-** djeca zauzimaju svoje pozicije, igra se može igrati kao natjecanje u grupama ili individualno natjecanje. Igrač prvo baci kocku boje i oblika, imenuje boju i oblik, zatim znamenku s brojevima i pomakne se onoliko oblika koliko je dobiven broj. Pobjednik je onaj koji prvi dođe do kraja staze. Prvo je bilo pitanje kako ćemo to mi ne možemo skočiti do svake boje. Cilj je bio upoznat boju, oblik i broj, a skočiti na onoliko oblika koliko je moguće, Tko skoči na više oblika taj je pobjednik. Igra po jedno dijete druga djeca zapisuju koliko je koje dijete uspjelo zadataka obaviti. Igru su svi htjeli probati, ali djeca su pronašla nastavak ili kako bodriti drugu djecu da budu što bolji. Zamišljali su da skaču preko lave, mora ili vulkana da im lakše bude preskakati i ispunjati zadatke. Ovom aktivnošću poticali smo prepoznavanje i razlikovanje oblika, razumijevanje količina i udaljenosti, kao i usvajanje pojmova "više" i "manje".



*Kroz ovu aktivnost djeca prepoznaju i razlikuju geometrijske oblike te razvijaju svijest o prostornim odnosima, kao što su udaljenost i pozicija na stazi. Bacanjem kocke i kretanjem prema zadanim oblicima, djeca usvajaju osnovne prostorne pojmove kao što su "naprijed", "natrag", "udaljeno" ili "blizu", što je ključno za razumijevanje prostora.*

*Osim toga, djeca razvijaju sposobnost vizualizacije i planiranja svojih pokreta u odnosu na oblike na podu, što ih potiče na analitičko razmišljanje o tome gdje se nalaze u prostoru i koliko daleko trebaju skočiti. Ova kombinacija kretanja i razmišljanja pomaže djeci da povežu svoje fizičke aktivnosti s matematičkim konceptima geometrije i prostornih odnosa.*

## **2. Igre s kockama**

- **Materijal;** plastične kockice, kartice s brojevima, papir i boje.

- **Dob djece** od 3 d 6

- **Opis igre;** može se raditi u grupi ili pojedinačno. Djeca izvlače kartice na kojima je zadan određen broj kockica od 1 do 5 te određene boje. Tako djeca slažu "dvorac" koji su zadani na karticama te nakon toga crtaju i boja ju istim bojama zadani broj.

Cilj igre je tko će više dvoraca složiti, a da bude točno po zadanom. Djeca igraju svatko za sebe ali pobjednik je tko odradi sve zadatke do kraja. Djeci se jako sviđela igra htjeli su svi isprobati igrali su do kraja, Mlađa djeca tražila su asistenciju odraslih ali svi su se potrudili da odrade zadatke do kraja. Bilo je djece koja nisu htjela sama nego su tražili pomoć od drugih i da igraju u paru. Igru su odradili do kraja samo jedan dječak je došao do broja 4 te odustao da on više ne zna. Čak od napravljenih dvoraca biralo se koji je najbolji i najljepši.





*Ova aktivnost pruža djeci priliku da razvijaju ključne prostorne i geometrijske koncepte. Kroz slaganje "dvoraca" prema zadanim kriterijima, djeca uče prepoznavati oblike i boje, povezivati brojeve vrijednosti s fizičkim objektima te usvajati osnovne pojmove vezane uz prostor, kao što su pozicioniranje i orijentacija. Djeca također uče o odnosima između različitih elemenata u prostoru, kao što su proporcionalnost i simetrija, dok istovremeno razvijaju sposobnost procjene veličina i udaljenosti između objekata.*

*Aktivnost promiče analitičko razmišljanje kroz manipulaciju kockicama različitih boja i brojeva, što djeci omogućava bolje razumijevanje kako se različiti oblici mogu kombinirati kako bi se stvorile složenije strukture. Razlikovanje i uspoređivanje dvoraca prema kriterijima "najbolji" i "najljepši" dodatno razvija djetetovu percepciju oblika i estetike, dok individualna i grupna suradnja pridonose socijalnom učenju i komunikaciji.*

### **3. Ukrasi snjegovića**

- **Materijal** – Hamer papir s likom snjegovića, prozirna ljepljiva traka (okrenuta licem s ljepljive strane), kutija s raznim ukrasima. (pompon, vata, trokuti, kvadrati, polukrugovi, zvjezdice, krugovi, kocka s brojevima za količinu.

- **Dob djece** od 3 do 7 godina.

- **Opis igre;** U igri može sudjelovati neograničen broj djece. Djeca koriste vještine samoorganizacije oko dogovaranja redoslijeda u igri. Bacaju kocku i pridružuju je količini zadani broj ukrasa i lijepe ih na snjegovića. U ovoj igri nema pobjednika, djecu potičemo na slobodu pri izboru i kreativnosti pri ukrašavanju. Svaki snjegović je rezultat rada i kao takav je neponovljiv. Nema vremenskog ograničenja trajanja igre, prestaje kada djeci prestane biti zanimljivo ili smatraju da su gotova. Mislim da im se najviše svidio dio gdje imaju najviše slobode oko aktivnosti. Dječak Duje se najviše zadržao u aktivnosti iako svima koji su htjeli

je dopustio da se igraju i naprave svoj dio zadatka. Djeca su bas puno pričala i raspravljala o aktivnosti, kako ukrasiti snjegovića. Aktivnost je jako dugo trajala.



*Ovom aktivnost djeca su razvijala različite vještine kroz slobodnu igru i kreativno izražavanje. Korištenje različitih oblika (trokuti, kvadrati, krugovi, polukrugovi) i brojeva na kocki omogućuje djeci da istraže odnose između oblika, boja i količine. Na taj način djeca su učila prepoznavati i klasificirati geometrijske oblike, dok im korištenje kocke je pomagalo u povezivanju brojeva s količinama, što dodatno potiče razvoj ranih matematičkih vještina.*

*Tijekom aktivnosti, djeca se bave prostornim razmišljanjem dok odlučuju gdje će zalijepiti ukrase, čime se razvijaju njihova sposobnost orijentacije i prostorne percepcije. Samostalno odlučivanje o redosljedu i količini ukrasa potiče njihovu kreativnost i slobodu izražavanja, dok suradnja u grupi promiče komunikacijske vještine i samoregulaciju. Aktivnost nema vremensko ograničenje, što omogućava djeci da se u potpunosti posvete zadatku i izraze vlastite ideje*

#### **4. Svirajmo matematički – brojanje takta.**

- **Materijal** – Hamer papir izrezan u razne oblike, predložak sa zadanim primjerima.
- **Dob djece** od 4 do 7 godina
- **Opis igre** – na ravnoj plohi zalijepljeni su razni oblici, dijelimo ih u skupine npr. dva kruga, tri kruga, dva trokuta. Igra se u paru jedno dijete zadaje primjer otkucavanja “grupe” svakog lika, a drugo dijete ponavlja za prvim, npr. Dva puta pljesne dlanovima, tri puta pucne prstima, dva puta udre nogom o pod i tako u krug. Cilj igre suradnja i zabava uz to učenje oblika i brojeva. Igru smo započeli tako da je odgojiteljica vodila otkucavanje taktova, a djeca su je pratila. U skupini je dječak koji svira harmoniku te isto tako je pomogao odgojiteljici bio je vođa u igri.

Djeci se jako sviđjela igra svi su je odigrali bez greške, a isto tako i uživali. Neki su je htjeli ponoviti ali sa drugim djetetom u paru, bilo je i djece koja su se sama vraćala te otkucavali taktove. Naravno da su djeca mogla i sama izmišljati kako će koju skupinu zadanih likova otkucati.



*Kroz ovu igru djeca ne samo da uče prepoznavati različite geometrijske oblike poput krugova i trokuta, već i kako ti oblici funkcioniraju unutar prostornih odnosa. Povezivanje geometrijskih oblika s ritmičkim obrascima i brojevima pomaže djeci u razvijanju vještina prostorne svijesti, što je ključni aspekt rane geometrijske spoznaje.*

*Također, kroz fizičku manipulaciju oblicima i njihovo grupiranje, djeca počinju shvaćati kako se različiti oblici mogu povezivati u prostor (npr. dva kruga su zajedno, tri trokuta čine novu skupinu). Ova aktivnost potiče djecu da istražuju prostorne odnose, poput uspoređivanja veličine, razmaka i orijentacije oblika, što je bitno za razvoj koncepta oblika i prostora.*

## 11. Zaključak

Razvoj osnovnih matematičkih pojmova, osobito geometrijskih oblika, ključan je dio kognitivnog razvoja djece u ranom i predškolskom uzrastu. Kroz igru i svakodnevne aktivnosti, djeca stječu prve spoznaje o oblicima i prostoru, koje su osnova za kasnije razumijevanje složenijih matematičkih koncepata. Igra se ističe kao najvažnija metoda kroz koju djeca intuitivno razvijaju svoja znanja o geometriji, a ovaj rad je pokazao kako različite vrste igara, kao što su igre s konkretnim predmetima, pokretne igre i didaktičke igre, doprinose tom procesu.

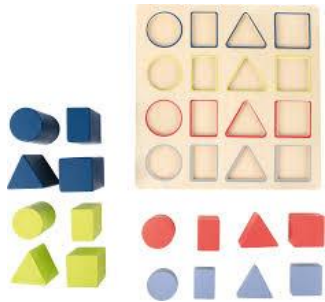
U teorijskom dijelu, rad se oslanja na poznate teoretičare poput Piageta, Brunea i Vigotskog, koji su istaknuli važnost iskustvenog učenja u ranom djetinjstvu. Njihove teorije naglašavaju da kognitivni razvoj ne može biti ubrzan, ali se može oblikovati i poticati kroz bogatu i raznoliku okolinu. Važnost zone sljedećeg razvoja, kako je opisao Vigotski, posebno je naglašena, jer pokazuje koliko je važno pružiti djeci zadatke i igre koje su prilagođene njihovom trenutnom stupnju razvoja, ali koje ih istovremeno potiču na napredak.

Praktična primjena ovih teorija u radu s djecom, kao što je prikazano kroz aktivnosti i igre koje razvijaju razumijevanje geometrijskih pojmova, ukazuje na to da se učenjem kroz igru potiče ne samo kognitivni, već i socijalni i emocionalni razvoj djece. Djeca kroz igru stječu osjećaj postignuća, razvijaju samopouzdanje i uče rješavati probleme, što doprinosi njihovoj pripremi za formalno obrazovanje.

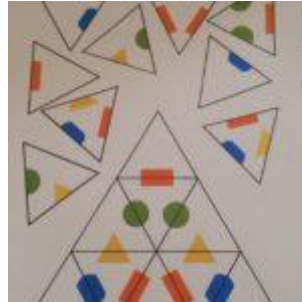
Iako su mnoga istraživanja ukazala na važnost geometrijskih pojmova, postoji potreba za dodatnim istraživanjima koja bi se fokusirala na specifične načine na koje djeca usvajaju geometrijske pojmove kroz različite igre i aktivnosti. Također, odgojiteljima se preporučuje da u svoju praksu uključe raznovrsne igre koje omogućuju djeci slobodno istraživanje i manipulaciju oblicima, jer to omogućava dublje razumijevanje i trajne spoznaje.

Konačno, rad pokazuje da je razvoj prvih spoznaja o geometrijskim oblicima neizostavan dio ranog obrazovanja, te da su iskustva i igre ključni alati u poticanju tog razvoja. U budućnosti bi se trebalo više posvetiti razvoju inovativnih igara i didaktičkih materijala koji djeci omogućuju aktivno učenje i istraživanje svijeta oko sebe.

## 12. Slikovni prilozi razvoj koncepta oblika i prostora kod djece predškolske dobi



*Geometrijska umetaljka*



*Geometrijska pokrivaljka*

Preuzeto; <https://www.facebook.com/100063644516843/posts/1329160837479054/>

Preuzeto, <https://www.facebook.com/100063644516843/posts/1329160837479054/>



*Serijacija*



*Tanagrami*

Preuzeto; <https://www.kockica.co.rs/product/dvostruka-serijacija-konkretna-klasifikacija-i-serijacija/>

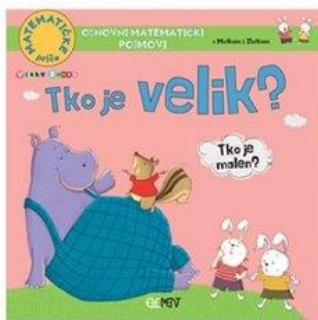
Preuzeto <https://www.idadidacta.hr/tangram-7929>



*Ružičasti toranj (Marija Montesori)*

Preuzeto; <https://www.didakticke-igracke.hr/produkt/montessori-pomagala-ruzicasti-toranj/>

Primjeri slikovnica;



<https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-oko-nas>

<https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-oko-nas>

<https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-oko-nas>

Likovne aktivnosti ;



<https://hlapic.semeljci.hr/2024/02/12/geometrijski-likovi-u-sovicama/>

<https://www.skolskiportal.hr/sadrzaj/ucitelji-stvaraju/livada-geometrijskih-likova/>



*Prostorni odnosi*

Preuzeto; <https://djecji-vrtic-opatija.hr/Vrtic-na-daljnu/%28offset%29/10?>



*Geometrijski likovi i boje*

Preuzeto; <https://vrapcic-djecji-vrtic.hr/geometrijski-likovi-i-boje-2/>



### 13. Literatura;

1. Baranović, N. (2015) O razvoju geometrijskog mišljenja u nastavi matematike prema van Hiele-ovoj teoriji. Simpozij Matematike i primjene. Vol.VI(1). Beograd.
2. Budisavljević, T. (2015) Dijete, vrtić, obitelj : Časopis za odgoj i naobrazbu predškolske djece namijenjen stručnjacima i roditeljima, Vol. 21 No. 79., Zagreb. ( Pristupljeno 25. 07. 2024. URL <https://hrcak.srce.hr/file/254935> )
3. Čižmešija, A.,Sverdec R., Radović N., Souice, T. (2010) Geometrijsko mišljenje i prostorni zor u nastavi matematike u nižim razredima osnovne škole, Zagreb. ( Pristupljeno 30.07. 2024. URL [http://pubweb.carnet.hr/smd/wp-content/uploads/sites/294/2014/10/prostorni\\_zor.pdf](http://pubweb.carnet.hr/smd/wp-content/uploads/sites/294/2014/10/prostorni_zor.pdf) ).
4. Dobrić, N. (1981) Razvijanje početnih matematičkih pojmova u predškolskim ustanovama. Metodika drugo izmijenjeno i dopunjeno izdanje. Beograd.
5. Hansen, K.A., Kaufman R.K., Walsh K.B.(2006) Kurikulum za vrtiće, Biblioteka Korak po korak, treće izdanje. Zagreb.( Pristupljeno 27. 08. 2024. URL [https://api.kpk.eglas.hr//uploads/Kurikulum\\_za\\_vrtice\\_3\\_6\\_5a2d66c951.pdf](https://api.kpk.eglas.hr//uploads/Kurikulum_za_vrtice_3_6_5a2d66c951.pdf) ).
6. Liebeck, P. (1984) Kako djeca uče matematiku, Educa, Zagreb.
7. Marenić, Z. (2009) Teorijski okvir razvoja matematičkih pojmova u dječjem vrtiću, Metodika 18 Vol.10.br1. str 129-141. Sarajevo. (Pristupljeno 30.08. 2024. URL <https://hrcak.srce.hr/file/63977> ).
8. Nacionalni kurikulum za rani i predškolski odgoj i obrazovanje (2014) URL: <https://mzom.gov.hr/UserDocsImages/dokumenti/Obrazovanje/Predskolski/Nacionalni%20kurikulum%20za%20rani%20i%20predskolski%20odgoj%20i%20obrazovanje%20NN%2005-2015.pdf>
9. Peteh, M. (2008) Matematika i igra za predškolce. Alineja, Zagreb.
10. Pjanić, K. (2023) Aktivnosti koje mogu pogodovati razvoju prostornog zora i geometrijskog mišljenja učenika osnovne škole, UDK;371.3. Pedagoški fakultet u Bihaću. ( Pristupljeno; 27.08, 2024. URL <file:///C:/Users/dedic/Downloads/Prozorusvijet...Pjanic-2.pdf> ).
11. Rothschild, J. i Daniels, R. (1999) Bogatstvo materijala kao izvor dječje spoznaje, priručnik br.1. Zagreb.
12. Slunjski, E. (2003) Devet lica jednog odgojitelja, Mali profesor, Zagreb.
13. Slunjski, E. (2012) Tragovima dječjih stopa, Profil International, Zagreb.

#### 14. Mrežni izvori;

1. Erikson Institute, Early Math Collaborative URL: <https://earlymath.erikson.edu/idea/>
2. McIver, E. (2022) URL: <https://mathsnoproblem.com/blog/teaching-practice/zoltan-dienes-teaching-mathematics-through-games>
3. Ginsburg, H. P. ; Oppenzato, C. What Children Know and Need to Learn about Shape and Space. Development and Research in Early Math Education, Stanford.edu URL: <https://prek-math-te.stanford.edu/spatial-relations/what-children-know-and-need-learn-about-shape-and-space>
4. Gifford, S. The Importance of Shape and Space in the Early Years. URL: <https://nrich.maths.org/articles/importance-shape-and-space-early-years>
5. National Research Council. Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity. Washington, DC: The National Academies Press, (2009) URL: <https://nap.nationalacademies.org/catalog/12519/mathematics-learning-in-early-childhood-paths-toward-excellence-and-equity>
6. [https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n\\_P%C3%A1l\\_Dienes](https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n_P%C3%A1l_Dienes)
7. <https://www.enciklopedija.hr/clanak/geometrija>
8. <https://www.logopedtorbica.com/2021/09/08/klasifikacija-i-serijacija-ucenje-kroz-igru/>
9. [https://d43fweuh3sg51.cloudfront.net/media/media\\_files/1eb4e955-84ad-4e20-b795-09dc6bb4a605.pdf](https://d43fweuh3sg51.cloudfront.net/media/media_files/1eb4e955-84ad-4e20-b795-09dc6bb4a605.pdf)

## 15. Mrežni izvori slika

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n\\_P%C3%A1l\\_Dienes](https://en.wikipedia.org/wiki/Zolt%C3%A1n_P%C3%A1l_Dienes)
2. <https://prek-math-te.stanford.edu/sites/default/files/inline-images/Fig%206.png>
3. <https://www.kidzilla.hr/proizvod/drvena-kocka-s-oblicima-za-umetanje/>
4. <https://www.dvslavuj.hr/2021/12/23/roboti/>
5. <https://pertinitoys.com/product--viga-logicki-blokovi>
6. <https://bojanka.wordpress.com/category/geometrijski-oblici/>
7. <https://bojanka.wordpress.com/category/geometrijski-oblici/>
8. <https://prek-math-te.stanford.edu/spatial-relations/what-children-know-and-need-learn-about-shape-and-space>
9. <https://www.facebook.com/100063644516843/posts/1329160837479054/>
10. <https://www.facebook.com/100063644516843/posts/1329160837479054/>
11. <https://www.kockica.co.rs/product/dvostruka-serijacija-konkretna-klasifikacija-i-serijacija/>
12. <https://www.idadidacta.hr/tangram-7929>
13. <https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-okolo-nas>
14. <https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-okolo-nas>
15. ; <https://www.didakticke-igracke.hr/produkt/montessori-pomagala-ruzicasti-toranj/>
16. <https://knjiga-znanja-veda.hr/prodaja-knjiga/filmovi/matematika-u-prirodi-matematika-svuda-okolo-nas>
17. <https://hlapic.semeljci.hr/2024/02/12/geometrijski-likovi-u-sovicama/>
18. <https://www.skolskiportal.hr/sadrzaj/ucitelji-stvaraju/livada-geometrijskih-likova/>
19. <https://djeciji-vrtic-opatija.hr/Vrtic-na-daljini/%28offset%29/10?>
20. <https://vrapcic-djeciji-vrtic.hr/geometrijski-likovi-i-boje-2/>