

Analiza misaonih strategija zbrajanja i oduzimanja kod učenika nižih razreda osnovne škole i odraslih osoba

Selak, Ivana

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zadar / Sveučilište u Zadru**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:162:774093>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-11-24**



Sveučilište u Zadru
Universitas Studiorum
Jadertina | 1396 | 2002 |

Repository / Repozitorij:

[University of Zadar Institutional Repository](#)



zir.nsk.hr



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

Sveučilište u Zadru

Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja - Odsjek za razrednu nastavu

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij za učitelje



Ivana Selak

**Analiza misaonih strategija zbrajanja i oduzimanja
kod učenika nižih razreda osnovne škole i odraslih
osoba**

Diplomski rad

Zadar, 2023.

Sveučilište u Zadru

Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja - Odsjek za razrednu nastavu

Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij za učitelje

Analiza misaonih strategija zbrajanja i oduzimanja kod učenika nižih
razreda osnovne škole i odraslih osoba

Diplomski rad

Student/ica:

Ivana Selak

Mentor/ica:

doc. dr. sc. Maja Cindrić

Zadar, 2023.



Izjava o akademskoj čestitosti

Ja, **Ivana Selak**, ovime izjavljujem da je moj **diplomski** rad pod naslovom **Analiza misaonih strategija zbrajanja i oduzimanja kod učenika nižih razreda osnovne škole i odraslih osoba** rezultat mogega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na izvore i radove navedene u bilješkama i popisu literature. Ni jedan dio mogega rada nije napisan na nedopušten način, odnosno nije prepisan iz necitiranih radova i ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem da ni jedan dio ovoga rada nije iskorišten u kojem drugom radu pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj, obrazovnoj ili inoj ustanovi.

Sadržaj mogega rada u potpunosti odgovara sadržaju obranjenoga i nakon obrane uređenoga rada.

Zadar, 1. rujna 2023.

SAŽETAK

Ova studija bavi se misaonim računanjem i strategijama koje se pri istom koriste. Kao važan i nadasve koristan segment svakodnevnih života, misaono računanje sve se više uključuje i u nastavu predmeta Matematika. U istraživanju koje je provedeno s ciljem dobivanja uvida u raznolikost strategija misaonog zbrajanja i oduzimanja, kako djece u nižim razredima osnovne škole, tako i odraslih osoba, sudjelovalo je 89 učenika 3. i 4. razreda osnovne škole te 27 odraslih osoba. Istraživanje donosi prikaz raznolikih strategija korištenih kod misaonog zbrajanja i nešto brojnijih kod misaonog oduzimanja. Ispitanici su uspješniji u zbrajanju nego što su kod oduzimanja, a kod misaonog oduzimanja uspješniji su odrasli ispitanici nego što su to djeca. Svi ispitanici uspješno koriste strategije više razine, no ono što je bilo neočekivano jest da djeca u velikoj većini uspješno koriste strategiju koja im nije prirodna već su njome podučena.

Ključne riječi: misaono računanje, strategije, razdjeljivanje, slijednost, kombinirana strategija, kompenzacija, dodavanje komplementa, prazna brojevnica

ABSTRACT

Analysis of Mental Addition and Subtraction Strategies in Elementary School Students and Adults

This study focuses on mental calculation and the strategies used in it. As an important and highly useful aspect of everyday life, mental calculation is increasingly integrated into the teaching of Mathematics. In research conducted to gain insight into the diversity of mental addition and subtraction strategies used by both, elementary school children and adults, 89 students from the 3rd and 4th grades of primary school and 27 adults participated. The research presents a variety of strategies used in mental addition and, to a greater extent, in mental subtraction. Participants are more successful in addition than in subtraction, and in mental subtraction adults are more successful than children. All participants successfully use higher-level strategies, but what was unexpected is that the majority of children successfully use a strategy that is not natural to them but has been taught to them.

Keywords: mental computation, strategies, partitioning, sequencing, mixed strategy, compensation, complementary addition, empty number line

SADRŽAJ

1. UVOD	8
2. MISAONO RAČUNANJE	9
2.1. DEFINICIJA I POJAM.....	9
2.2. POVIJEST MISAONOG RAČUNANJA U ODGOJNO-OBRAZOVNIM SUSTAVIMA.....	11
2.3. PREDNOSTI MISAONOG RAČUNANJA	13
2.3.1. Vještina procjene računa	13
2.3.2. Osjećaj za brojeve	15
2.4. MODELI I MATERIJALI	16
3. STRATEGIJE MISAONOG RAČUNANJA	19
3.1. STRATEGIJE MISAONOG ZBRAJANJA I ODUZIMANJA NIŽE RAZINE	20
3.1.1. Prebrojavanje svega	20
3.1.2. Prebrojavanje od	21
3.1.3. Prebrojavanje višekratnicima.....	21
3.1.4. Manipulacija znamenkama	21
3.2. STRATEGIJE MISAONOG ZBRAJANJA I ODUZIMANJA VIŠE RAZINE.....	22
3.2.1. Razdjeljivanje	22
3.2.2. Slijednost	23
3.2.3. Kombinirana strategija	25
3.2.4. Kompenzacija	25
3.2.5. Dodavanje komplementa	26
3.3. POMOĆ UČENICIMA U KORIŠTENJU STRATEGIJA VIŠE RAZINE	29
4. POGREŠKE U MISAONOM RAČUNANJU	31
5. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA	32
5.1. Cilj i zadaci istraživanja	32

5.2. Problemi i hipoteze	32
5.3. Uzorak istraživanja	33
5.4. Mjerni instrument	33
5.5. Postupak istraživanja	33
5.6. Analiza i obrada podataka	34
6. REZULTATI.....	36
7. RASPRAVA	58
8. ZAKLJUČAK	61
9. LITERATURA.....	62
10. ŽIVOTOPIS	65
11. POPIS ILLUSTRACIJA.....	66
12. PRILOZI	69

1. UVOD

Misaono računanje, kao jedan od oblika računanja, poznat je i korišten od davnina. Ono predstavlja sposobnost ljudskog uma da izvodi matematičke operacije bez upotrebe ikakvih fizičkih pomagala, no pritom zahtijeva visoku koncentraciju, brzinu, dobro razvijene matematičke sposobnosti kao i razvijene strategije misaonog računanja.

Važnost misaonog računa ističe se u njegovoj svakodnevnoj upotrebi, iako se u današnje vrijeme zbog sveprisutnosti mobitela i džepnih računala koristi nešto manje. No, čak ako se ne koristi direktno za izračun, vrlo važan je kod procjene rezultata dobivenih džepnim računalima. Misaoni račun ima mnoge povoljne utjecaje - poboljšava koncentraciju i sposobnost orijentacije, sposobnost pamćenja i razmišljanja, a pojedinci mogu izgraditi snažnu osnovu za složenije matematičke koncepte i vještine rješavanja problema. Upravo se zbog toga u novije vrijeme misaono računanje sve više uključuje u kurikulume predmeta Matematika.

Stupanj mišljenja i odabir strategija potrebnih za rješavanje određenih matematičkih problema mnogo su važniji od dobivenog rezultata. Kad pojedinac pristupa rješavanju određenog matematičkog problema, on bira kognitivne strategije koje će koristiti, a upravo se u njima očituju njegove kognitivne sposobnosti. Vještina misaonog računanja razvija se prije pisanog računa, a djeci je često prirodna te imaju učinkovite strategije. Tijekom posljednjih nekoliko desetljeća, mnoštvo istraživanja usmjerena su na to kako djeca rješavaju određene računske probleme kad im nije ponuđen, zadan algoritam ili neka strategija. Rezultati tih istraživanja upućuju na to da djeca na raspolaganju imaju i uspješno koriste veliki broj raznih strategija rješavanja zadataka koji uključuju sve osnovne računske operacije.

U ovom radu objasnit će se pojam misaonog računanja, njegova povijest u odgojno-obrazovnim ustanovama kako u svijetu tako i u Hrvatskoj, a najveća pažnja posvetit će se upravo najvažnijem – strategijama misaonog računa.

2. MISAONO RAČUNANJE

U svakodnevnom životu se pojmovi matematika i računanje poistovjećuju, no matematičko mišljenje i vještina računanja su dva različita pojma. Oni se u matematici prožimaju, utječu jedan na drugog, ali se ipak razlikuju. Računanje se definira kao umijeće postupanja s brojevima, funkcijama, skupovima i drugim matematičkim elementima, a razvijeno je iz brojanja kao pridruživanja brojeva sastavnicama nekih skupova. (Jakobović, 2016)

U prošlosti je velik dio nastave matematike u osnovnoj školi bio posvećen učenju pisanih metoda i algoritama zbrajanja i oduzimanja te množenja i dijeljenja. Danas se ipak stavlja naglasak na razvoj vještina u korištenju svih triju vrsta računanja: pisanog, misaonog i računanja upotrebom kalkulatora i/ili računala. Ovisno o brojevima, količini računskih operacija, vremenu potrebnom za izračun i željenoj točnosti odgovora bira se i primjenjuje odgovarajuća vrsta računanja. (Musser, Peterson i Burger, 2008) Odrasli se u svakodnevnom životu misaonim računom koriste za više od tri četvrtine svojih izračuna, a pisani račun i korištenje kalkulatora koriste u značajno manjem postotku. (McIntosh, 2007) S obzirom na razvoj tehnologije i sveprisutnost džepnih kalkulatora i mobilnih uređaja postotak uporabe misaonog računa je u blagom opadanju, ali zbog toga raste potreba za razvojem učenikovih vještina procjene rezultata dobivenog kalkulatorom o čemu će riječ biti kasnije.

2.1. DEFINICIJA I POJAM

Misaono računanje Reys (1984) je definirao kao proces izvođenja aritmetičkog računa, točno i učinkovito, bez korištenja pomagala poput kalkulatora ili olovke i papira. Misaoni račun u praksi je još uvijek poznat i kao *usmeni račun* ili *mentalni račun*, pa tako Markovac (1992) *usmeni račun* definira kao postupak kojim se zadani brojevi, zbog izračuna razlike, zbroja, količnika ili umnoška, rastavljaju i sastavljaju na različite načine. Načini rastavljanja i sastavljanja brojeva nisu određeni, a time se omogućuje učenicima odabir različitih putova do rezultata. Te mogućnosti pozitivno utječu na razvoj stvaralačkog mišljenja kod učenika.

Poznavanje osnovnih činjenica omogućuje lakše računanje te pomaže pri zaključivanju u svim područjima povezanim s brojevima. Sposobnost i umijeće misaonog računanja podrazumijeva korištenje mnogih matematičkih znanja i osnovnih činjenica, a ako se ona uspješno povežu govorimo o fluentnosti misaonog računa. Fluentnost misaonog računa

definirana je kao posjedovanje i korištenje točnih i učinkovitih metoda računanja, a bez obzira na korištene metode učenici bi trebali moći objasniti svoju metodu, razumjeti da postoji mnogo drugih metoda i prepoznati korisnost onih koje su učinkovite i točne za određeni problem. (Van de Walle, Karp, Bay-Williams, 2010)

Misaono računanje pridobiva sve veću pažnju u novije vrijeme, a nerijetko se uspoređuje i s pisanim računanjem, no oba oblika računanja jednako su važna i imaju svoje mjesto u nastavi matematike. Čvrsto razumijevanje misaonog računa omogućuje djeci provjeru razumnosti i ispravnosti rješenja problema dobivenog pisanim računom, a s druge strane, pisani račun omogućuje djeci daljnji razvoj strategija misaonog računanja. (Rogers, 2009) Mnoge su sličnosti, ali i razlike ova dva računa. Markovac (1992) kao različita obilježja usmenog (misaonog) i pisanog računa navodi kako se u misaonom računanju brojevi rastavljaju i sastavljaju na različite načine, dok to kod pisanog računa nije često praksa. Nadalje, način izvođenja radnji u misaonom računu nije propisan niti točno određen, a kod pisanog računa postoje točno određeni algoritmi. Tako su načini izračuna zbroja i razlike te umnoška i količnika u pisanom računu uvijek isti i određeni algoritmom. Kod ova dva načina računanja nisu podjednako uključene intelektualne sposobnosti učenika, misaono računanje zahtijeva veću angažiranost učenika za razliku od pisanog računa, a značajno su više aktivni mišljenje, pamćenje i pažnja.

Pisani račun učenicima ne nudi mogućnost izbora strategije, a želimo li da učenici sami odabiru strategiju koju će koristiti za određeni problem, potrebno je poticati ih na misaono računanje pri rješavanju različitih matematičkih problema. Također, u većini svakodnevnih situacija misaoni račun se pokazao kao brži i lakši način.

2.2. POVIJEST MISAONOG RAČUNANJA U ODGOJNO-OBRAZOVNIM SUSTAVIMA

Misaono računanje pojavljuje se sve više u različitim kurikulumima diljem svijeta, a u njima se definira sam pojam misaonog računanja, navodi se kako učenike treba poticati na razvoj osobnih strategija računanja i isprobavanje novih, drugačijih strategija.

Kurikulumi Sjedinjenih Američkih Država i Ujedinjenog Kraljevstva ističu jednaku važnost kako sposobnosti upotrebe kalkulatora, tako i misaonog i pisanog računa. U Australiji se misaoni račun ističe kao ključna komponenta funkcionalne numeričke pismenosti i učinkovit način razvijanja osjećaja za brojeve. Švedske nacionalne smjernice kao jedan od ciljeva na kraju petog razreda ističu sposobnost računanja s prirodnim brojevima – kako misaonog, tako i pisanog, ali i pravilu upotrebu džepnih računala. Do kraja devete godine školovanja učenici trebaju steći vještine procjene, kao i misaoni račun s prirodnim brojevima, decimalnim brojevima, postotcima i razlomcima. Nacrt kurikuluma za matematiku u Norveškoj navodi kako učenici na kraju drugog razreda moraju biti sposobni koristiti i samostalno razvijati različite strategije zbrajanja i oduzimanja dvoznamenkastih brojeva, a nakon sedmog razreda trebaju moći razvijati i koristiti strategije misaonog računanja, procjene i pisanog računanja. (McIntosh, 2007)

Interes za misaono računanje, kao važan način računanja, nije nov, (Heirdsfield, Cooper i Irons, 1999) a samo misaono računanje ima dugu i nesistematičnu povijest.

Sredinom 19. stoljeća u osnovnim školama diljem svijeta, misaoni račun značio je *mentalna aritmetika* koja je bila važan dio nastave matematike. To je obično uključivalo deset ili dvadeset pitanja koja su se postavljala na početku lekcije, a pitanja su se uglavnom odnosila na osnovne činjenice, odnosno misaone izračune smatrane potrebnima kako bi se obavili pisani izračuni: naglasak je bio na brzini i točnosti. (McIntosh, 2007) Ipak, s obrazovnog aspekta postoje značajne razlike između misaonog računanja i mentalne aritmetike. Misaono računanje temelji se na konstruktivističkom pristupu, razvija razumijevanje brojeva kod djece i potiče metakogniciju, a mentalna aritmetika se oslanjala na sposobnost pamćenja djece o činjenicama vezanim za brojeve. (Rogers, 2009) Mentalna aritmetika korištena je kao vježba za poboljšanje opće misaone discipline i često je uključivala intenzivno usmeno ponavljanje zadataka koji su zahtijevali nekoliko koraka za izračun. (Reys, 1985) Takvi vremenski ograničeni nizovi pitanja potencijalno odvrćaju djecu od razmišljanja i razumijevanja načina

na koji dolaze do odgovora, a često je rasla anksioznost kod djece koja nisu toliko dobra u pamćenju.

Početak 20. stoljeća naglasak na intenzivnim misaonim vježbama, koji je bio široko prisutan, polako je počeo izazivati protureakcije pa je bilo kakav oblik mentalne aritmetike bilo teško zadržati u nastavnim planovima i programima. (Reys, 1985) Ponovno javljanje mentalne aritmetike bilježi se između 1930-ih i 1960-ih godina kad se naglašavala društvena korist matematike, a uz to se smatralo da su učenici ponovno postali previše ovisni o pisanim načinom računanja.

Već 1980-ih i 1990-ih godina misaono računanje dobiva sve veću pažnju, a ta pažnja djelomično je proizlazila i zbog sveprisutnosti i dostupnosti tehnologije kao i prepoznavanja važne uloge misaonog računanja pri upotrebi iste. (Reys, 1984) Tako se sve više u novije vrijeme misaono računanje smatra važnim dijelom obrazovanja sa širokom upotrebom i još širim značajem kako u obrazovanju, tako i u svakodnevnom životu.

U hrvatskom odgojno-obrazovnom sustavu dugo godina se sam pojam misaono računanje/mentalno računanje nije uopće koristio. Markovac (1992) u svojoj knjizi *Metodika početne nastave matematike* spominje mentalni račun kao nužan korak prije uvođenja pisanog računa, dok se u službenim i zakonskim aktima taj termin ne spominje sve do 2019. godine.

2019. godine na snagu stupa dokument – *Kurikulum nastavnog predmeta Matematike za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*, koji po prvi puta u takav tip službenog dokumenta uvodi pojam *mentalno računanje* (misaono računanje).

Kurikulum iznosi svrhu i opis predmeta, ciljeve i ishode poučavanja i učenja za svaki razred. U razradi ishoda drugog razredu osnovne škole - „A.2.3. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 100.“ (Kurikulum za nastavni predmet Matematike, 2019:11) - navodi se kako učenici mentalno zbrajaju i oduzimaju u skupu brojeva do 100. Ishod u trećem razredu osnovne škole – „A.3.2. Zbraja i oduzima u skupu prirodnih brojeva do 1 000.“ (Kurikulum za nastavni predmet Matematike, 2019:15) u razradi navodi kako učenici mentalno zbrajaju i oduzimaju u skupu brojeva do 1 000. Po tome se očekuje kako učenici nižih razreda osnovne škole uspješno koriste misaoni račun i razne strategije misaonog računa u radu s učiteljima i samostalno, no ostaje pitanje koliko se doista u školama provodi vremena uvježbavajući samo i isključivo misaoni račun.

2.3. PREDNOSTI MISAONOG RAČUNANJA

Misaono računanje ima mnogo važnih prednosti – ono poboljšava koncentraciju čime se poboljšava i sposobnost orijentacije, kao i sposobnost pamćenja i razmišljanja. (Mittring, 2012)

Vježbanjem misaonih računskih operacija, pojedinci mogu izgraditi snažnu osnovu za složenije matematičke koncepte i vještine rješavanja problema. Reys (1984) navodi pet općeprihvaćenih razloga za poučavanje ove vrste računa:

1. preduvjet je za uspješan razvoj svih pisanih aritmetičkih algoritama – kad učenici dobro ovladaju misaonim računom, bolje će razumjeti i primjenjivati pisane algoritme pri rješavanju različitih matematičkih problema
2. potiče veće razumijevanje strukture brojeva i njihovih svojstava – učenici uspijevaju dublje razmišljati i razumijevati brojeve te njihova svojstva i odnose što unapređuje njihov osjećaj za brojeve i općenito matematičku pismenost
3. potiče kreativno i samostalno razmišljanje te potiče učenike da stvaraju nove načine ovladavanja brojevima – misaono računanje potiče učenike na kreativno razmišljanje pri pronalasku novih, učinkovitih strategija za obavljanje računskih operacija. Na taj način se razvijaju učenikove vještine rješavanja matematičkih problema i poboljšava sposobnost zaključivanja
4. doprinosi razvoju boljih vještina rješavanja problema – učenici uče kako analizirati problem, kako ga razložiti na manje dijelove i uspješnom primjenom strategija u konačnici doći do točnog rješenja
5. temelj je za razvoj vještina procjene računanja.

2.3.1. Vještina procjene računa

Procjena je važna, ali često zanemarivana vještina viđenja okvira možebitnog odgovora. Osoba vješta u procjenjivanju uvijek nastoji iskušati nekoliko različitih pristupa rješavanja matematičkog problema. (Sharma, 2001) Četiri su karakteristična obilježja računalne procjene: izvodi se misaono, bez zapisa na papiru; obavlja se brzo; daje odgovore na matematičke zadatke koji nisu točni, ali su adekvatni pri donošenju potrebnih odluka; i često

odražava individualne pristupe i daje različite vrijednosti kao odgovore na probleme. (Reys, 1984) Računska procjena uključuje zaseban skup vještina – razvoj fleksibilnih strategija orijentiranih na broj ima značajnu ulogu u većini tih vještina. (Van de Walle i sur. prema NRC, 2010) Ona također pomaže učenicima u boljem razumijevanju brojeva i odnosa među njima.

Procjenjivanje se koristi sa svrhom pronalaska približnog odgovora u aritmetičkom zadatku te na taj način procjena pomaže pri dolasku do okvirnog rezultata. (Sharma, 2001)

Prije nego se učenik upozna s aritmetičkim računom treba naučiti procijeniti odgovor. Kako bi se učenicima pomoglo razviti sposobnost procjene, potrebno im je približiti određene strategije, a neke od njih su: procjenjivanje daljeg i bližeg te zaokruživanje. (Musser i sur., 2008) Tako pri procjeni učenici prolaze tri koraka: zadanom broju mijenjaju strukturu kako bi njime lakše manipulirali (najčešće se pritom koriste zaokruživanjem), zatim mijenjaju i strukturu problema kako bi ga lakše riješili i naposljetku kompenziraju prilagođujući svoju procjenu nakon rješavanja problema. Strategije procjene treba vježbati, usavršavati i proširivati kroz cijelo školovanje, a ne samo na početku prije uvođenja pisanog računa.

Procjena u računu izuzetno važno mjesto zauzima pri upotrebi džepnih računala, a takve procjene bitno smanjuju greške u radu s istima i pridonose razvoju osjećaja za računske operacije i brojeve koji su ujedno temelj razvoja misaonih i pisanih računskih postupaka. Procjena rezultata svojevrsan je temelj matematičkog mišljenja, a zajedno s misaonim računanjem čini učenje dinamičnijim i nudi bolje uvide u povezanosti brojeva.

Misaono računanje i procjena su slični u nekoliko aspekta. Obje vještine koriste se pri provjeri točnosti i razumnosti koje se dobiju upotrebom džepnog računala, obje se izvode misaono, koriste svojstva i odnose među brojevima i obje nude mogućnost korištenja različitih načina rješavanja određenih problema. No, misaono računanje i procjena se i razlikuju u nekim pogledima. Misaono računanje ključan je preduvjet procjene, ali obrnuto ne vrijedi. Misaoni račun kao produkt daje točan odgovor, dok procjenom možemo dobiti više različitih odgovora, koji nisu točni, ali su razumni i prihvatljivi. (Reys, 1984)

2.3.2. Osjećaj za brojeve

Kako je prethodno navedeno, poticanje većeg razumijevanje strukture brojeva i njihovih svojstava jedna je od prednosti misaonog računanja, a ono podrazumijeva da učenici dublje promišljaju o brojevima i razumiju njihovo značenje, njihova svojstva i odnose što u konačnici unapređuje njihov osjećaj za brojeve.

Pojam *osjećaj za brojeve* (eng. *number-sense*) prvi put upotrebljava 1954. godine Tobias Dantzig navodeći kako ljudi već u ranom stadiju razvoja posjeduju sposobnost koja im omogućava prepoznavanje promjene u količini, a tu sposobnost naziva *osjećajem za broj*. (Devlin, 2008)

Osjećaj za brojeve može se opisati kao vrlo dobra intuicija o brojevima i njihovim odnosima. On se razvija postepeno kao rezultat istraživanja brojeva, njihovim povezivanjem na načine koji nisu ograničeni tradicionalnim algoritmima i vizualizacije u različitim kontekstima. (Howden, 1989)

Rogers (2009) proširuje definiciju te osjećaj za brojeve definira kao opće razumijevanje brojeva i operacija, zajedno s mogućnosti i sklonosti korištenja tog razumijevanja na fleksibilan način za donošenje matematičkih prosudbi i zaključaka.

Djeca s dobrim osjećajem za brojeve vrlo dobro razumiju značenja brojeva, razvijaju višestruke odnose među njima, prepoznaju relativne veličine brojeva i znaju relativan učinak operacija na brojevima. (Howden, 1989)

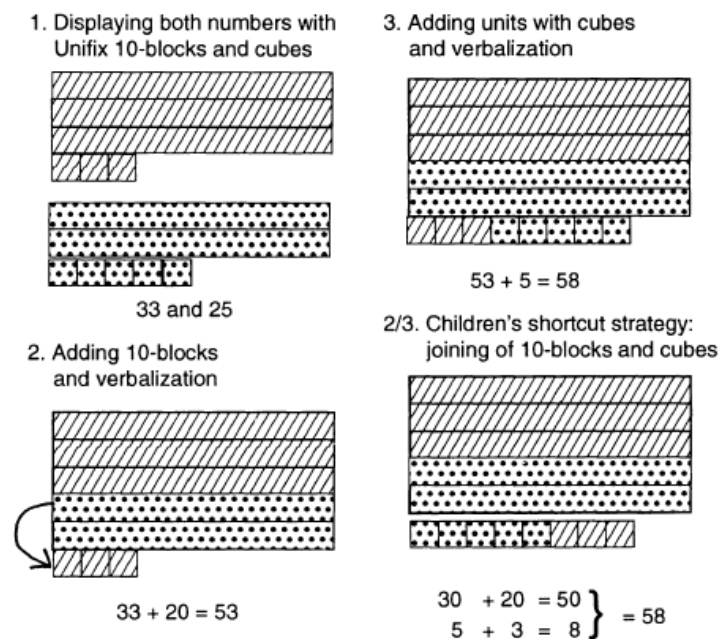
Osjećaj za brojeve općenito se smatra vrlo važnim aspektom općeg matematičkog znanja, a smatra se i da je izvedba misaonih računskih operacija povezana s tim. (McIntosh i Dole, 2000) Računalna spretnost i osjećaj za brojeve usko su povezani, obično se razvijaju zajedno i olakšavaju učenje drugog. (Musser i sur. prema Griffin, 2008)

Sposobnost povezivanja brojeva na različite načine vrlo je korisna vještina na kojoj se može temeljiti mnogo kasnijeg proučavanja matematike, (Howden, 1989) a samim time osjećaj za brojeve predstavlja važan element učenja i primjene matematike.

2.4. MODELI I MATERIJALI

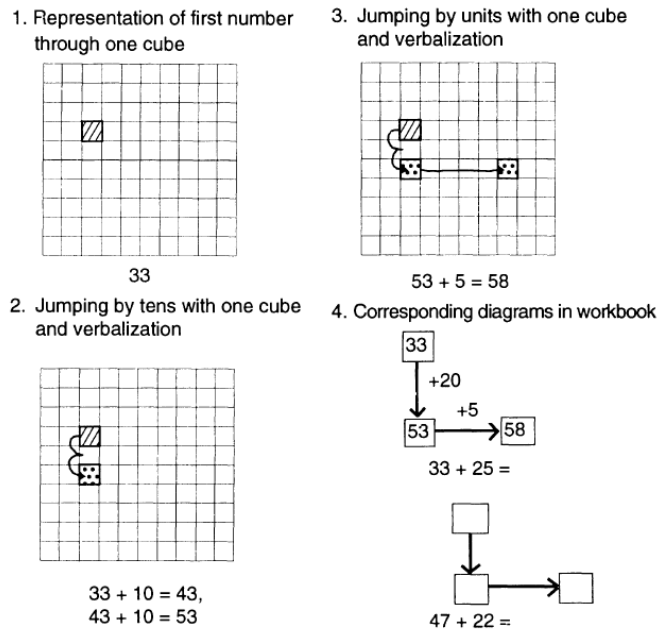
Crteži i konkretni materijali pomažu učenicima pri modeliranju brojevnikih izraza i jednađbi, kako pri pisanom tako i pri misaonom računu. Učenici koji koriste modeliranje vrlo brzo uspješno svoje ideje prenose na metode koje ne oslanjaju na materijale ili brojanje. Faza modeliranja pruža potrebnu pozadinu ideja. (Van de Walle i sur., 2010) Kasniji izbor materijala i modela u praksi se prepušta učenicima, no potrebno ih je upoznati s različitim vrstama. Razlikuju se skupovni modeli i model brojevne crte.

Dugo vremena su se za podršku u usvajanju određenih strategija misaonog računa koristili blokovi s bazom deset koji predstavljaju u različitim veličinama jedinice, desetice i stotice (Dienesove kocke). No, s vremenom model je pokazao neke nedostatke, a jedan od njih je nedostatak postupnog prijelaza s materijalnog na misaonu razinu. (Beishuzien, 1993)



Slika 1. Prikaz zbrajanja pomoću blokova (Beishuizen, 1993: 298)

Postupno se sve više uvodila tablica brojeva do 100 kao novi, jednostavniji i praktičniji model. Tablica brojeva do 100 smatrana je funkcionalnom ne samo za orijentaciju u strukturu brojeva do 100, već i kao proceduralni model za zbrajanje i oduzimanje u tom području. (Beishuizen, 1993) Iz tog razloga smatrana je boljom i preciznijom od blokova.



Slika 2. Prikaz zbrajanja pomoću tablice brojeva do 100 (Beishuzien, 1993: 298)

Kao linearni model prikaza tablice brojeva do 100 javlja se brojevnica. Brojevnica kao takva stari je model, ali je novi model njezin prazan format – prazna brojevnica. Model se koristi bez ikakvih oznaka osim onih koje učenik sam nacrtava i napiše. Na taj način potiče se misaono prikazivanje i misaona aktivacija više nego kroz podršku modeliranjem aritmetičkih blokova, čije je pasivno iščitavanje bilo jedno od negativnih strana u prošlosti. (Beishuizen i Anghileri, 1998)

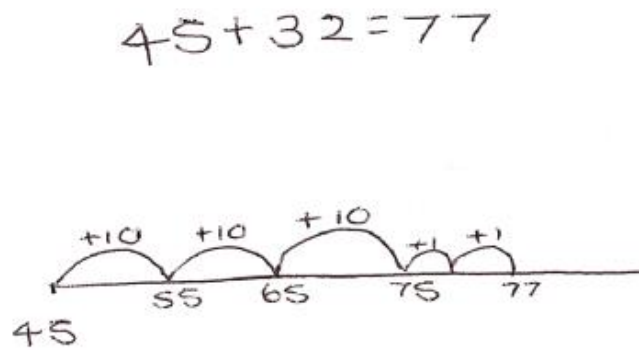
Prazna brojna crta prvi put je zabilježena kao alat u Nizozemskoj još u 1970-im godinama, (Bobis i Bobis, 2005) a odlična je vizualna reprezentacija za bilježenje i dijeljenje razmišljanja učenika tijekom misaonog računanja. Ona omogućuje djeci korištenje misaonih strategija računanja dok se kreću prema razumijevanju svrhe standardnih pisanih algoritama te je pogodna za sam razvoj računanja jer odražava neformalne metode koje djeca samostalno razvijaju. (Rogers, 2009) Prazna brojevnica je transparentan i fleksibilan model koji omogućuje učiteljima uvid u učenikove korištene strategije računanja te je jednostavna za korištenje kako učenicima tako i učiteljima.

Tri su prednosti korištenja prazne brojevnice, a to su:

1. linearni prikaz brojeva – materijali temeljeni na bazi 10 jasno odražavaju situacije koje se bave količinom, ali situacije koje se bave udaljenošću i mjerenjem bolje odgovaraju linearnom prikazu brojeva

2. jasniji prikaz misaonih strategija – skokovima različitih vrijednosti lako se prikazuju mnoge strategije, a skokove na crti učenici mogu bilježiti dok dijele ili objašnjavaju svoju strategiju.

3. potiče razvoj strategija više razine (Bobis i Bobis prema Gravemeijer, 2005) – korištena strategija je vidljiva i učitelju i učeniku, mogu je analizirati i postepeno nadograđivati te se strategije lako mogu podijeliti i s drugima učenicima.



Slika 3. Prikaz zbrajanja na praznoj brojevnoj crti (Rogers, 2009: 193)

3. STRATEGIJE MISAONOG RAČUNANJA

Učenici se razlikuju u kognitivnim sposobnostima, a one određuju njihove potencijale, mogućnosti i dubinu razumijevanja. Upravo su učenikov stupanj mišljenja i odabir strategija za rješavanje matematičkih problema mnogo važniji od samog rezultata. Kad učenik pristupa rješavanju nekog zadatka, on bira kognitivne strategije koje će koristiti, a u njima se očituju njegove kognitivne sposobnosti. (Sharma, 2001)

Pojam misaonih strategija odnosi se sve više na primjenu poznatih ili brzo izračunatih brojevnih činjenica u kombinaciji s određenim svojstvima brojevnog sustava kako bi se pronašlo rješenje računa čiji je odgovor nepoznat. (Thompson, 1999) Strategija misaonog računanja jednostavno je bilo koja izmišljena strategija koja se obavlja misaono. (Van de Walle i sur., 2010)

Vještina misaonog računanja razvija se prije pisanog računa, a često je djeci i prirodna te imaju efikasne strategije (Rogers, 2009). Tijekom posljednjih par desetljeća, niz istraživanja usmjeren je na to kako djeca rješavaju određene računske probleme kad im nije ponuđen algoritam ili neka strategija. Brojna istraživanja upućuju na to da upravo djeca na raspolaganju imaju i uspješno koriste veći broj različitih strategija rješavanja zadataka zbrajanja i oduzimanja, kao i množenja i dijeljenja.

Odabir između mnoštva različitih strategija jest adaptivan, to jest, i djeca i odrasli, ovisno o karakteristikama problema koji rješavaju, imaju tendenciju izabrati najtočniju i najbržu strategiju koja im je u tom trenutku na raspolaganju. Zanimljivo je i kako se različite strategije pojavljuju, ne samo kod više djece iste dobi, nego i kod istog djeteta pri rješavanju sličnih pa čak i istih zadataka. Također, sa iskustvom i dobi čestina upotrebe određenih strategija se mijenja, neke od njih koriste se sve manje, neke sve više, a neke nemaju nikad visok postotak korištenja. Često se otkrivanjem novih strategija one stare, manje učinkovite strategije prestaju koristiti. (Pavlin-Bernardić, 2006). Upravo zbog tog je važno da učenik može i zna objasniti svoju strategiju kako bi je podijelio s ostalim učenicima. Na taj način svi dobivaju uvid u neke druge strategije, mogu ih pokušati upotrijebiti ili prilagoditi, u konačnici stvoriti novu, njima najefikasniju strategiju za određeni problem. Bitno je naglasiti da je za korištenje neke strategije nužno njezino razumijevanje što dalje ujedno znači i manje eventualnih pogrešaka u izračunu.

Strategije koje se koriste razlikuju se upravo po svojoj točnosti, količini vremena koju je potrebno utrošiti, razini misaonog napora i po rasponu problema kod kojih se mogu koristiti (Siegler i Shrager, 1984). Što dijete ili odrasla osoba imaju širi raspon strategija, to mogu bolje odgovoriti na različite probleme i zahtjeve. (Pavlin-Bernardić, 2006)

Ovakve strategije najčešće su, za razliku od pisanih algoritama, usmjerene na broj, a ne na znamenke; češće su to strategije koje kreću s lijeva na desno, to jest od najvećih dijelova zadanih brojeva i fleksibilne su, mogu se mijenjati ovisno o brojevima kako bi računanje bilo što lakše. (Van de Walle i sur., 2010)

Problemi koji uključuju zbroj dva dvoznamenkasta ili troznamenkasta broja potiču raznolikost strategija. Neki od njih uključuju početak s jednim od brojeva i rad od tog trenutka, ili dodavanje kako bi se došlo do sljedeće desetice ili dodavanje desetica iz jednog broja u drugi. Drugi pristupi uključuju razdvajanje brojeva na dijelove i zbrajanje lakših dijelova odvojeno. Obično će razdvajanje uključivati desetice i jedinice, ili učenici mogu koristiti druge dijelove s kojima će lakše baratati. (Van de Walle i sur., 2010)

Ipak, s obzirom na mnoge razlike među strategijama nekoliko njih se u literaturi izdvajaju kao najčešće, a iste će biti prikazane i objašnjene u nastavku.

3.1. STRATEGIJE MISAONOG ZBRAJANJA I ODUZIMANJA NIŽE RAZINE

Chesney (2013) ističe tri ključne strategije misaonog računanja niže razine, a to su: prebrojavanje svega, prebrojavanje od i prebrojavanje višekratnicima. Brojanja i prebrojavanja uz pomoć prstiju ili bez Thompson i Smith (1999) također svrstavaju u najnižu razinu strategija te navode kako djeca pritom ne koriste nikakve činjenice o brojevima. Strategijama niže razine dodali su još i strategiju manipulacije znamenkama.

3.1.1. Prebrojavanje svega

Ova strategija uključuje prebrojavanje svih zadanih brojeva na način da se prebroji prvi pribrojnik ili umanjenik, a zatim mu se prebrojavanjem doda drugi pribrojnik, to jest kod oduzimanja se spuštaju prsti ili broji unatrag za onoliko koliko iznosi umanjitelj. (Chesney,

2013) Ova strategija je često izvor pogrešaka jer se kod prebrojavanja lako izgubi do kojeg broja se došlo, a samim time najčešće je i rezultat pogrešan.

3.1.2. Prebrojavanje od

Ova strategija, za razliku od strategije prebrojavanja svega, kreće od prvog broja u zadatku bez prebrojavanja istog, već mu se odmah dodaje drugi pribrojnik ili oduzima umanjitelj (npr. $14 + 8$ se zbraja na način da kreće od 14 te broji još 8 govoreći 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22. Ovom strategijom kod zbrajanja djeca najčešće kreću od većeg broja dodajući mu onaj manji. (Chesney, 2013)

3.1.3. Prebrojavanje višekratnicima

Kod ove strategije učenici najčešće upotrebljavaju znanje množenja brojeva. (Chesney, 2013) Također se kreće od prvog pribrojnika ili umanjenika od kojeg se zatim prebrojava drugi pribrojnik ili umanjitelj, ali na način da se prebrojavaju višekratnici prvoga broja (npr. $14 + 8$, koristeći znanje o višekratnicima broja 2, može se riješiti na način da se od 14 pribraja 8, ali kao 4 puta po 2 – 16, 18, 20, 22)

3.1.4. Manipulacija znamenkama

Djeca koristeći ovu strategiju do rješenja dolaze manipuliranjem znamenkama, a stvarne količine koje te znamenke predstavljaju se ignoriraju ili, vjerojatnije, nisu dovoljno shvaćene. Pri tom se često koristi način standardnog pisanog algoritma, ali misaono. (Thompson i Smith, 1999). Ova strategija je također često izvor pogrešaka zbog opterećenja memorije i pamćenja svih koraka i međurezultata te eventualnih prijenosa jedinica i desetica.

Na primjer, zadatak $36 + 46$ ovom strategijom bi se riješio na način da se zbroje jedinice ($6 + 6 = 12$) pa se desetica prenosi na trojku, a zatim se zbrajaju desetice ($40 + 40 = 80$) te se pri izgovoru ovog rješenja još izgovore i preostale jedinice (80 i ona 2).

3.2. STRATEGIJE MISAONOG ZBRAJANJA I ODUZIMANJA VIŠE RAZINE

Thompson i Smith (1999) navode da postoje četiri glavne strategije za misaono zbrajanje i oduzimanje dvoznamenkastih brojeva koje koriste djeca, a to su: razdjeljivanje, slijedno računanje, kombinirana strategija i kompenzacija. Strategiju slijednosti i kompenzaciju Thompson i Smith (1999) smatraju strategijama najviše razine koje djeca mogu koristiti. Postoji i peta strategija, posebno korisna za probleme oduzimanja, koja se naziva dodavanje komplementa.

Ove strategije Chesney (2013) ističe kao strategije više razine dodajući im još strategiju premošćivanja desetice, koja je zapravo vrsta kompenzacije, a o tome će biti riječ kasnije.

3.2.1. Razdjeljivanje

Jedna od najčešće spominjanih strategija misaonog računanja jest strategija razdjeljivanja ili strategija *1010*. Naziv *1010* je akronim za $10 + 10$ ili $10 - 10$ jer se desetice i jedinice razdvajaju i obrađuju odvojeno. (Beishuizen i Anghileri prema Stern i Stern, 1998)

Na primjer, $38 + 25$ zbraja se na način da se zbroje prvo desetice ($30 + 20 = 50$), a zatim i jedinice ($8 + 5 = 13$) čiji rezultati se na kraju zbroje i dobije rješenje ($50 + 13 = 63$).

Ova strategija može i najčešće jest strategija koja kreće s lijeva na desno, to jest od stotica ili desetica pa zatim prema jedinicama kao što je prikazano u gornjem primjeru. No, ova strategija može ići i s desna na lijevo što je ipak rjeđi slučaj (na primjer, kod $38 + 25$ prvo se zbrajaju jedinice ($8 + 5 = 13$), a zatim desetice ($20 + 30 = 50$) te se zbroje rezultati ($13 + 50 = 63$). (Rogers, 2009)

Strategija razdjeljivanja ili *1010* strategija pokazala se jednostavnom, no eventualni problemi nastaju kad se uvode zadaci s prijelazom čime postupak računanja ovom strategijom postaje nešto složeniji. To se posebno pokazalo kod oduzimanja zbog mnogih potrebnih prilagodbi i većeg opterećenja memorije, stoga se često ova strategija smatra izvorom pogrešaka. (Beishuizen, 1993)

Na primjer, zadatak $31 - 13$ djeca često ovom strategijom rješavaju na način da oduzmu desetice ($30 - 10 = 20$) pa jedinice, ali s obzirom da $1 - 3$ ne može, oduzmu $3 - 1 = 2$ i zbrajanjem rezultata dođu do krivog rješenja da je $31 - 13$ jednako 22 umjesto 18.

Do točnog rješenja ovom strategijom može se doći na sljedeći način: oduzimamo desetice od desetica ($30 - 10 = 20$), od rezultata oduzmemo jedinice umanjitelja ($20 - 3 = 17$) a zatim dodajemo jedinice umanjenika ($17 + 1 = 18$). No, to je samo jedan od načina, a više njih prikazano je na primjeru na Slici 4.

No-carry problem: $58 - 26$	Carry problem: $42 - 15$
1010:	1010: (carrying afterward)
$58 \begin{array}{r} \leftarrow 50 - 20 = 30 \\ \leftarrow 8 - 6 = 2 \end{array} \} 30 + 2 = 32$	$42 \begin{array}{r} \leftarrow 40 - 10 = 30 \rightarrow 20 \\ \leftarrow 2 - 5 = ? \rightarrow 12 - 5 = 7 \end{array} \} 20 + 7 = 27$
	1010: (carrying before)
	$42 \begin{array}{r} \leftarrow 30 - 10 = 20 \\ \leftarrow 12 - 5 = 7 \end{array} \} 20 + 7 = 27$
	10 - s: (units stepwise)
	$42 \begin{array}{r} \leftarrow 40 - 10 = 30 \\ \leftarrow 2 - 5 = ? \end{array} \} 30 + 2 = 32, 32 - 2 - 3 = 27$

Slika 4. Primjeri zadataka s prijelazom i bez prijelaza koristeći strategiju 1010 (Beishuizen, 1993: 297)

Upravo zbog tih grešaka i većeg broja koraka dolaska do rješenja češća strategija koja se koristi, naročito u nizozemskim školama, jest strategija slijednosti ili *NIO*.

3.2.2. Slijednost

Ova strategija misaonog računanja u literaturi se još navodi i kao strategija *NIO*. Ono što joj je zajedničko sa strategijom *1010* jest što obje kreću s lijeva na desno, no *NIO* je strategija koja uključuje skokove po 10 od prvog broja u računu koji ostaje netaknut. Ti skokovi po 10 uvijek se izvode na isti način, i za zbrajanje i za oduzimanje, i za zadatke bez prijelaza i s prijelazom, stoga se *NIO* strategija može smatrati prilično algoritamskim postupkom računanja (Beishuizen, 1993), ali zbog svoje jednostavnosti i primjenjivosti u svim matematičkim zadacima ističe se kao preferirana strategija kako u Nizozemskoj tako i u mnogim europskim zemljama. Ove dvije strategije u mnogim literaturama izdvajaju se kao dvije ključne strategije misaonog zbrajanja i oduzimanja.

Na primjer, $52 + 24$ zbraja se na način da broj 52 uvećavamo za desetice drugog pribrojnika. Na početku se ide 10 po 10 ($52 \rightarrow 62 \rightarrow 72$), a kasnije sa sve većom sigurnošću u izračunu se odmah dodaju sve desetice drugog pribrojnika ($52 + 20 = 72$), a naposljetku se dodaju i jedinice ($72 + 4 = 76$).

Kod oduzimanja, i s prijelazom i bez prijelaza, nema pogrešaka kao što je kod strategije *1010*, a najčešće se radi u dva koraka čime je ovo i brža strategija.

Na primjer, $83 - 57$ oduzima se na način da od broja 83 oduzmemo 50 ($83 - 50 = 33$) te od rješenja oduzmemo jedinice umanjitelja ($33 - 7 = 26$). Kod ovakvih primjera, kod učenika slabijih mogućnosti, jedinice umanjitelja se mogu rastaviti na više brojeva kako bi oduzimanje bilo lakše, to jest kako bi se došlo do sljedećeg višekratnika desetice (npr. 7 rastaviti na 3 i 4, zatim $33 - 3 = 30$; $30 - 4 = 26$).

Mnogi učenici suočavaju se s određenim poteškoćama prilikom usvajanja i korištenja strategije *N10*. Proširenje deklarativnog (brojčanog) znanja s *N10* skokovima predstavlja prepreku tijekom početnog učenja, stoga mnogi od njih biraju *1010* kao lakšu alternativu. (Beishuizen, 1993) Za strategiju *1010*, preduvjet tako razrađenog proširenja brojevnice do 100 nije potreban. U nekoliko nizozemskih istraživanja utvrđeno da slabiji učenici uglavnom koriste strategiju *1010*, dok mnogi bolji učenici usvajaju *N10* kao učinkovitiji postupak računanja (Beishuizen i Anghileri, 1998)

Istraživanjem koje je proveo s djecom, u kontrolnoj skupini bez utjecaja materijala ili modela, Beishuizen (1993) uočio je spontano izraženu sklonost prema strategijama *1010* u iznosu od 50% ili više, u usporedbi s oko 30% strategija *N10* i prilično visokom učestalošću od oko 15% drugih strategija. Nižu učinkovitost strategije *1010* uočio je kod zadatka oduzimanja, no proceduralne pogreške bile su daleko manje očite kod strategije *N10*. Također, smatra kako slabiji učenici teže korištenju manje učinkovitih strategija među kojima je i strategija *1010*.

3.2.3. Kombinirana strategija

Ona strategija uključuje kombinaciju prethodnih – razdjeljivanja i slijednosti. Djeca započinju razdvajanjem brojeva na desetice i jedinice, ali na način da prvo zbroje ili oduzmu desetice te dobivenom rješenju dodaju ili od njega oduzimaju jedinice prvog broja, a zatim i drugog. (Thompson i Smith, 1999)

Na primjer, u zadatku $36 + 47$ prvo se zbrajaju se desetice ($30 + 40 = 70$), rješenju se dodaju jedinice prvog pribrojnika ($70 + 6 = 76$), a zatim i jedinice drugog pribrojnika ($76 + 7 = 83$)

Kod $67 - 32$ oduzimaju se desetice ($60 - 30 = 30$), zatim se od dobivenoj razlici dodaju jedinice umanjenika ($30 + 7 = 37$) od čijeg rješenja se oduzimaju jedinice umanjitelja ($37 - 2 = 35$).

3.2.4. Kompenzacija

Ova strategija uključuje dodavanje ili oduzimanje broja većeg od onoga zadanog u računu, obično sljedećeg većeg višekratnika broja 10, a zatim prilagođavanje odgovora nadoknadom za dodani ili oduzeti dio. Drugi nazivi koji se koriste za ovu strategiju su *prekoračenje* i *N10C* (kreni s brojem, dodaj sljedeći višekratnik broja 10, a zatim nadoknadi). (Thompson, 2000)

Strategija se pokazala korisnom kod misaonog zbrajanja i oduzimanja brojeva do 20, ali ponajviše za zbrajanje ili oduzimanje brojeva koji završavaju na 8 ili 9.

Proces dodavanja više nego što je potrebno i zatim kompenziranje prilično je sofisticiran, stoga je kompenzacija strategija koju učenici rijetko koriste spontano, osim ako nisu tome podučeni. (Thompson, 1999)

Na primjer, zadatak $56 + 49$ ovom strategijom se može riješiti na način da se broj 49 promatra kao 50 te se zbraja $56 + 50 = 106$, ali se oduzima 1 koji smo broju 49 prvenstveno dodali, $106 - 1 = 105$ čime se dobiva konačan rezultat.

Još je jedan način kod zbrajanja jako čest. Ovaj način Musser i suradnici (2008) nazivaju aditivnom kompenzacijom, a on podrazumijeva uzimanje dijela jednog pribrojnika i dodavanje drugome kako bi se došlo do sljedećeg višekratnika broja 10 te kako se ne bi trebalo kompenzirati u zadnjem koraku s rješenjem.

Primjer aditivne kompenzacije izgleda ovako: u zadatku $99 + 65$, prvom pribrojniku dodajemo 1 koji oduzimamo od drugog pribrojnika, čime ne mijenjamo rješenje te dobivamo $100 + 64 = 164$.

Kod oduzimanja to može izgledati ovako: u zadatku $87 - 29$, umanjitelju se dodaje 1 te se dobiva 30 što oduzimanje čini lakšim, $87 - 30 = 57$, ali na kraju se mora izvršiti kompenzacija ili nadoknada na način da će se rezultatu 57 sada dodati onaj 1 te dobiti $57 + 1 = 58$.

Za zadatke oduzimanja Musser i suradnici (2008) predlažu upotrebu metode stalnosti razlike, a ona podrazumijeva dodavanje istog broja i umanjeniku i umanjitelju čime razlika ostaje ista, a dobivaju se brojevi jednostavniji za izvedbu misaonog računa.

Na primjer, $77 - 39$ se računa kao $78 - 40$ (i umanjeniku i umanjitelju dodalo se 1) te se vrlo brzo dobije točan rezultat $78 - 40 = 38$.

Strategija slijednosti i kompenzacija smatraju se strategijama najviše razine koje djeci često nisu prirodne, već su tome podučeni ili su ih prihvatili od drugih.

3.2.5. Dodavanje komplementa

Strategiju dodavanje komplementa Nizozemci nazivaju i *A10* (dodavanje do 10). Strategija *A10* započinje s prvim brojem, koji ostaje netaknut, te se od njega ide do sljedeće desetice. (Blöte, Klein i Beishuizen, 2000)

Ova strategija često se koristi kao alternativna strategija za oduzimanje. (Thompson, 2000) Iako se koristi kod zadataka s oduzimanjem, mnogi ju ipak ne smatraju strategijom misaonog oduzimanja jer zapravo koristi dodavanje brojeva kako bi se došlo do rješenja.

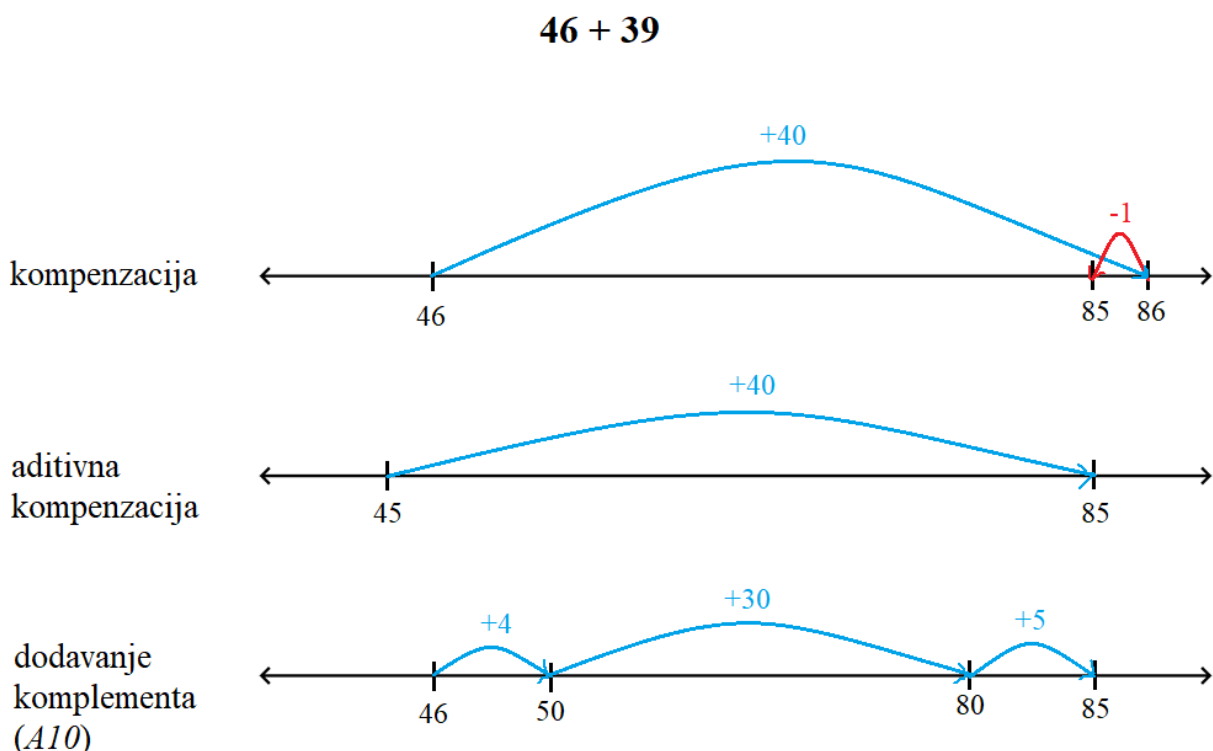
Da bi bilo jasnije o čemu je riječ prikazat ćemo sa zadatkom kod kojeg se ova strategija najčešće koristi – *Marija je visoka 117 cm, a njena majka 183 cm. Koliko centimetara je Marijina majka viša od Marije?* Ovakvi zadaci na neki način zahtijevaju da se krene od 117 i dodaju dijelovi dok se ne dođe do 183. Rezultat je zbroj dijelova koje smo dodali.

Na primjer, broju 117 dodajemo 3 da dođemo do 120, zatim dodavanjem 60 dolazimo do 180 i ostalo je dodati još 3 kako bismo došli do 183. Zbrajajući korake koje smo napravili ($3 + 60 + 3$) dobivamo rješenje 66.

Inače, pisanim računanjem vrlo brzo i jednostavno bismo ipak primijenili oduzimanje ($183 - 117 = 66$), no kod misaonog računanja ovakvi se zadaci najčešće riješe primjenom *A10* strategije. Naravno, ova strategija koristi se i kod zadataka zbrajanja te je poznatija pod nazivom premošćivanja desetice.

Ovu strategiju odrasli koriste češće nego djeca, ali ona se može podučavati i podučava se u mnogim europskim zemljama, a njeno uvođenje učinkovitije je ako se za početak koriste brojevi koji su bliži jedan drugome. (Thompson, 2000) Upravo u tim situacijama, kad su brojevi bliže jedan drugome, djeca će vjerojatno prirodno koristiti ovu strategiju. (Thompson i Smith, 1999)

S obzirom da se strategija *A10* može shvatiti kao donekle slična strategija kompenzaciji i vrsti kompenzacije – aditivnoj kompenzaciji, ipak postoje razlike među njima. Na Slici 5. prikazali smo na jednom zadatku zbrajanja načine dolaska do točnog rješenja korištenjem tih triju strategija kako bi se što bolje i jasnije stekao uvid u njihove razlike.



Slika 5. Primjer zbrajanja korištenjem kompenzacije, aditivne kompenzacije i dodavanja komplementa

Kompenzacijom se dodaje broj veći od zadanog te se dobiveno rješenje prilagođava nadoknadom za dodani dio – u ovom slučaju prvom pribrojniku 46 je dodano 40, a potom je od rješenja oduzeta 1 koja je prethodno dodana drugom pribrojniku.

Aditivnom kompenzacijom zadatak $46 + 39$ promatrao se kao $45 + 40$, to jest, od prvog pribrojnika smo jedinicu oduzeli i dodali drugome pribrojniku kako bi se dobio višekratnik desetice i time lakše računalo.

Strategijom *A10* krenulo se od prvog netaknutog pribrojnika 46, a drugi se rastavljao na dijelove kako bi se došlo do najbliže desetice (dodano 4), a zatim i do rješenja dodajući preostale dijelove drugog pribrojnika (dodano preostalih 30 pa 5).

3.3. POMOĆ UČENICIMA U KORIŠTENJU STRATEGIJA VIŠE RAZINE

Djecu treba poticati da prestanu koristiti strategije niže razine, kao što su prebrojavanja, jer se nisu pokazala točnima i efikasnim, te ih se treba poticati da prijeđu na učinkovitije strategije (Chesney prema McIntosh, 2013) koje će biti korisne i u radu s većim brojevima. Da bi se to postiglo potrebno je stjecanje određenih vještina te uspješna primjena znanja o brojevima i njihovim odnosima.

Za misaono računanje potrebno je i dobro upamćivanje brojeva (Mittring, 2012) kako se ne bi zaboravili dobiveni međurezultati, a time potencijalno izgubila i mogućnost izračuna konačnog rezultata.

Poznavanje i ovladavanje nekim osnovnim činjenicama o brojevima omogućuje lakše misaono računanje, a neke od njih kao što su svojstva asocijativnosti, komutativnosti i distributivnosti mogu uvelike olakšati računanje. Tim svojstvima pridružuju se i kompatibilni brojevi i poznavanje višekratnika jednoznamenkastih brojeva.

Kompatibilni brojevi predstavljaju parove brojeva s kojima se lako misaono računa. (Musser i sur., 2008) Na primjer brojevi 4 i 6 su kompatibilni jer im je zbroj 10, a upravo parovi brojeva koji daju 10, to jest dobro poznavanje činjenica o broju 10, osnova je za strategiju premošćivanja desetice. Kompatibilni brojevi mogu se koristiti i za množenje, a rezultat im općenito ne treba biti 100, već to može biti bilo koji broj koji je višekratnik broja 10.

Učenici trebaju znati i činjenicu da je $3 + 7 = 7 + 3$, to jest da ako pribrojnicima zamijenimo mjesta, zbroj ostaje isti. To je svojstvo komutativnosti, ali djeca u nižim razredima osnovne škole ne koriste taj naziv, već samo upotrebljavaju ono što on predstavlja. To svojstvo učenici najčešće koriste kod zadataka kad je drugi pribrojnik veći od prvog, kao na primjer $6 + 87$, lakše im je izračunati $87 + 6$, a da bi pribrojnicima mogli zamijeniti mjesta potrebno je da znaju kako se u tom slučaju zbroj ne mijenja.

Još neke činjenice koje učenici koriste ili sami izvode kako bi si olakšali misaono računanje naveo je Thompson (1999), a to su: činjenice o dvostrukom broju (na primjer, kod $16 - 8$ do rješenja se može doći znajući da 8 i 8 daju 16) ili kad su takvi brojevi blizu (na primjer, $7 + 8$ se može izračunati znajući da je $7 + 7$ je 14, pa još 1 je 15), oduzimanje kao inverzija zbrajanja (kod zadatka $7 - 4$ do rješenja se može doći ako se zna da je $3 + 4 = 7$) i prelazak preko desetice.

Učitelji trebaju biti svjesni postojanja brojnih strategija i njihovih inačica, trebaju raspravljati s djecom o strategijama koje koriste i poticati ih na njihovo usavršavanje, ali i proširivanje znanja isprobavanjem novih strategija, kao i na izmišljanje novih.

4. POGREŠKE U MISAONOM RAČUNANJU

Unatoč velikom interesu brojnih istraživača za strategije misaonog računanja, vrlo malo je istraživanja provedenih o pogreškama koje učenici prave tijekom istog.

U rezultatima istraživanja koje je proveo, McIntosh (2007) uočava obrasce u pogreškama djece u misaonom računanju. On jasno razlikuje proceduralne i konceptualne pogreške kod djece. Pod konceptualnim pogreškama podrazumijeva pogreške koje se događaju kada učenik nema dovoljno razumijevanja prirode brojeva ili operacija koje izvodi u zadanom zadatku. S druge strane, proceduralna pogreška nastaje kad učenik, iako ima općenito strateško razumijevanje što treba napraviti, učini neoprezne ili druge pogreške u samoj provedbi strategije misaonog računanja.

Pogreške koje učenici prave pri misaonom računanju s cijelim brojevima najčešće su proceduralne, a konceptualne se uglavnom javljaju pri računu s razlomcima, decimalama i postotcima. (McIntosh, 2007).

Najčešći netočni odgovori u zadacima zbrajanja i oduzimanja su oni koji se za jedan više ili manje razlikuju od točnog odgovora, a kod zadataka s većim brojevima odgovor koji se od točnog razlikovao za 10. Valja napomenuti kako su se često javljali i slučajevi gdje se odgovor razlikovao od točnog za dva. (McIntosh, 2007) U tim slučajevima, vrlo je vjerojatno da su djeca koristila strategije niže razine, to jest neku vrstu prebrojavanja.

Među greškama koje se javljaju pri misaonom zbrajanju i oduzimanju primijećene su i one do kojih dolazi kad djeca pokušavaju u glavi zamisliti pisani algoritam. To dovodi do pogrešaka, posebno kad su se javljaju prijelazi i kad je potrebno prenositi, jer su to koraci koji se teže prate misaono (Rogers, 2009), dolazi do opterećenja memorije i nižih sposobnosti pamćenja svih napravljenih međukoraka i dobivenih rezultata. Upravo zbog toga, ova strategija se ne preporuča za korištenje ni odraslim osobama ni djeci.

McIntosh (2007) navodi kako učitelji trebaju pratiti kako učenici broje i računaju, stalno ih pitati kako su došla do rješenja zadataka i na vrijeme uočiti greške koje rade. Pogreške mogu biti uzrokovane neučinkovitom uporabom prstiju ili drugom proceduralnom pogreškom u izračunu, a ako se neispravne procedure ne uoče i ne isprave na vrijeme, mogu se ukorijeniti i stvoriti miskoncepcije. Također, djecu treba poticati na odbacivanje neefikasnih strategija i strategija niže razine te ih poticati na korištenje strategija više razine koje su lakše primjenjive u različitim matematičkim problemima.

5. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

5.1. Cilj i zadaci istraživanja

Dosadašnja istraživanja upućuju na to da i djeca i odrasli na raspolaganju imaju i uspješno koriste velik broj strategija rješavanja zadataka misaonog zbrajanja i oduzimanja. Odabir tih strategija je adaptivan, a biraju se one koje su najbrže i najtočnije, a odgovarajuće su za zadani problem.

Cilj ovog istraživanja je dobiti uvid u različite strategije misaonog zbrajanja i oduzimanja, kako djece u nižim razredima osnovne škole (3. i 4. razred), tako i odraslih osoba.

5.2. Problemi i hipoteze

Postavljaju se sljedeći problemi i pripadajuće hipoteze:

Problem 1 – Ispitati točnost rješavanja zadataka zbrajanja i oduzimanja misaonim računanjem kod odraslih osoba i djece te utvrditi u kojoj računskoj operaciji su uspješniji.

Hipoteza 1 – Djeca i odrasli uspješniji su kod misaonog zbrajanja nego kod misaonog oduzimanja.

Problem 2 – Ispitati raznolikost i brojnost korištenih strategija kod misaonog zbrajanja i oduzimanja

Hipoteza 2 – Strategije koje se koriste kod misaonog zbrajanja brojnije su od strategija misaonog oduzimanja.

Problem 3 – Ispitati učestalost korištenja strategija viših i nižih razina kod djece u odnosu na odrasle.

Hipoteza 3 – Odrasle osobe koriste više strategija viših razina nego što ih koriste djeca.

5.3. Uzorak istraživanja

U istraživanju je sudjelovalo 89 učenika 3. i 4. razreda Osnovne škole oca Petra Perice u Makarskoj, od kojih je 29 učenika četvrtih razreda, a ostatak, njih 60, su učenici trećih razreda. Također, u istraživanju su sudjelovale i odrasle osobe. Odrasle osobe sačinjavale su uzorak od 27 ispitanika u dobi od 18 do 69 godina, različitih stručnih sprema i zanimanja, a uzorak je bio slučajan.

5.4. Mjerni instrument

Podaci su prikupljeni rješavanjem zadataka osmišljenih isključivo u svrhu ovog diplomskog rada. Učenicima 3. i 4. razreda osnovne škole podijeljeni su zadaci – ukupno 12 zadataka zbrajanja i oduzimanja, od kojih je 6 zadataka zbrajanja, a 6 zadataka oduzimanja. Zadaci su uključivali dvoznamenkaste i troznamenkaste brojeve te računanja bez prijelaza i s prijelazom mjesnih vrijednosti, a od učenika se tražilo da svaki zadatak prvo riješe misaono („u glavi“), zapišu rješenje, a zatim prikažu korake na praznoj brojevnoj crti koja se nalazila ispod svakog zadatka. (Prilog 2)

Odrasli ispitanici nisu pismeno rješavali zadatke, oni su bili intervjuirani, ali s istim zadacima koje su djeca rješavala pisano. Od njih se tražilo da što jasnije i preciznije objasne kako su došli do traženog rješenja.

5.5. Postupak istraživanja

Istraživanje s učenicima provedeno je u lipnju 2023. godine u trajanju od dva dana. Prvi dan je proveden u predstavljanju ravnatelju, učenicima i učiteljima te su učenicima podijeljene suglasnosti za roditelje. (Prilog 1) Idući dan je provedeno istraživanje koje je trajalo jedan školski sat, a mogli su mu pristupiti učenici čiji roditelji su dali suglasnost za njihovo sudjelovanje u istraživanju.

Učenicima su podijeljeni zadaci, ispitivač je s učenicima razgovarao o misaonom računu – što je, koriste li ga, kad ga koriste i slično, a zatim je na prvom zadatku saslušao odgovore nekoliko učenika te ih prikazao na praznoj brojevnoj crti. Svim učenicima su dane iste, jasne

upute. Učenici su svaki zadatak prvo trebali riješiti misaono, zatim na crtu upisati rješenje, a onda na praznu brojevnu crtu ispod zadatka nacrtati korake kojima su došli do rješenja.

Istraživanje s odraslim osobama provedeno je kroz lipanj 2023. godine, a odrasle osobe su intervjuirane. Prvo su im je objašnjen svrha i način istraživanja, a onda se krenulo s ispitivanjem i snimanjem razgovora. Njihovi odgovori zabilježeni su audio snimačem, a transkripti istih su priloženi u ovom radu. (Prilog 3)

5.6. Analiza i obrada podataka

Za analizu podataka određene su sljedeće varijable: točnost, strategija i broj koraka, a svaka od njih vrednovana je po sljedećim parametrima:

Točnost:

0 – netočno

1 – točno

Strategija:

0 – nema prikazane strategije

1 – razdjeljivanje

2 – slijednost

3 – kombinirana strategija

4 – kompenzacija

5 – dodavanje komplementa

Koraci (broj koraka potrebnih za doći do rješenja):

1 – jedan korak

2 – dva koraka

3 – tri koraka

4 – četiri koraka

5 – 5 koraka

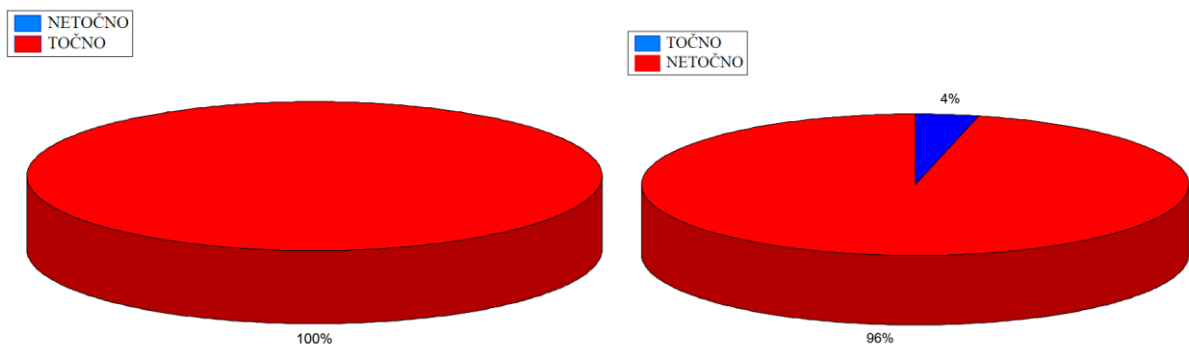
Za obradu podataka koristio se program *Statistica*, a mjereni su pokazatelji deskriptivne statistike. Točnost izračuna te učestalost korištenja određene strategije misaonog računanja određenih zadataka prikazane su grafički.

6. REZULTATI

Svaki zadatak bit će promatran prema tri varijable – točnost, strategija i broj koraka. Prikazivat će se paralelno rezultati djece i odraslih svakog zadatka.

1. zadatak: $24 + 33$

Prvi zadatak predstavlja zbroj dvaju dvoznamenkastih brojeva bez prijelaza mjesnih vrijednosti. Prva promatrana varijabla je točnost rješenja zadatka. Točan odgovor je 57.

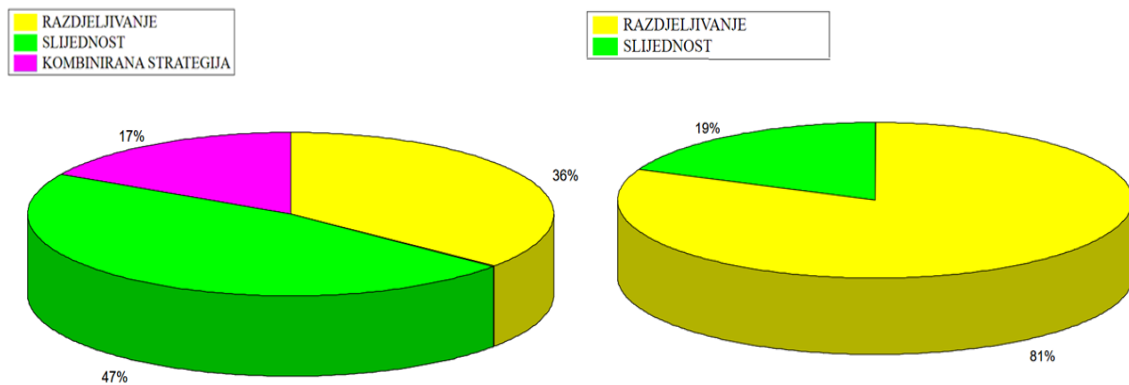


Slika 6. Grafički prikaz točnosti rješenja prvog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Prvi zadatak je svih 89 djece (100%) riješilo točno, dok je kod odraslih osoba jedan ispitanik (4%) ponudio netočan odgovor, a njih 26 (96%) je odgovorilo točno.

Druga varijabla predstavlja strategije misaonog računanja koje su ispitanici koristili pri računanju određenog zadatka.

Prvi zadatak nije donio širok spektar strategija, uočene su svega tri – slijednost, razdjeljivanje i kombinirana strategija koja se pojavljuje samo kod djece.

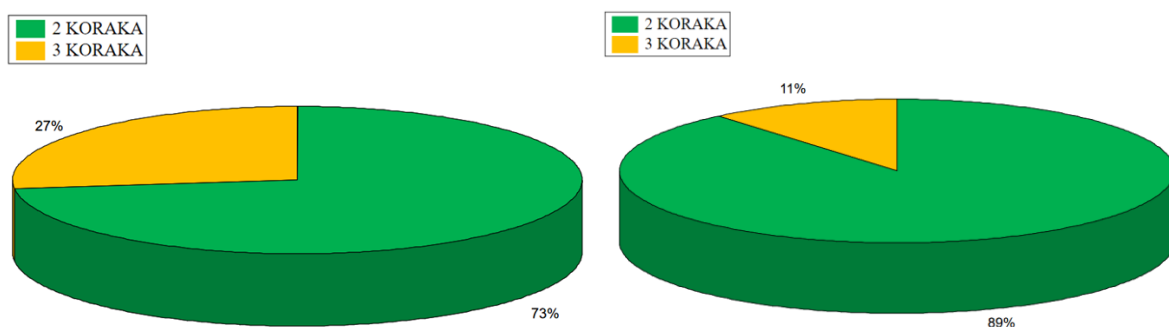


Slika 7. Grafički prikaz korištenih strategija u prvom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Učenici su pri rješavanju prvog zadatka ponudili veći broj strategija nego što odrasle osobe. Kod učenika je najzastupljenija bila slijednost, čak njih 42 (47%) je koristilo slijednost, u manjoj mjeri razdjeljivanje, njih 32 (36%), te najmanje zastupljena strategija bila je kombinirana strategija koju je koristilo 15 djece (17%). Kod odraslih osoba kombiniranu strategiju nije ponudio niti jedan ispitanik, u najvećoj mjeri je korištena strategija razdjeljivanja, 22 odrasla ispitanika (81%) te je slijednost koristilo njih 5 (19%).

Treća, posljednja varijabla, jesu koraci. Ona predstavlja broj koraka kojima su ispitanici dolazili do rješenja zadatka.

Broj koraka koji je ispitanicima bio dovoljan za doći do rješenja jest 2 ili 3.



Slika 8. Grafički prikaz broja koraka u prvom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

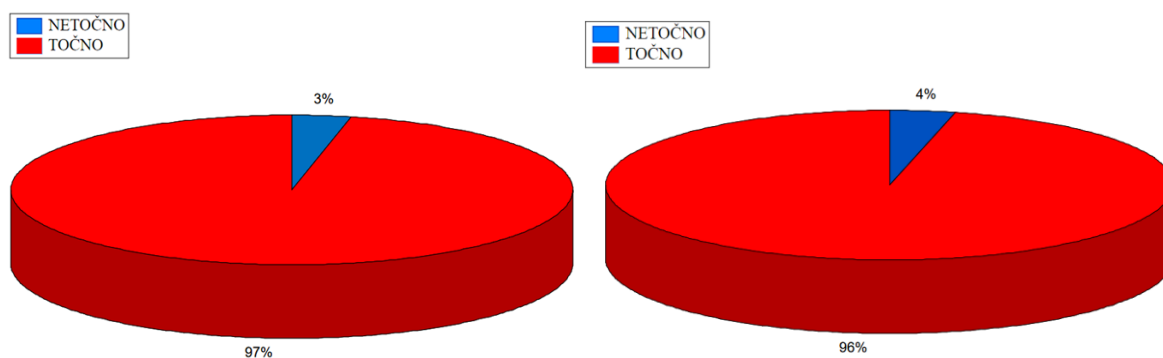
Većini učenika, njih 65 (73%), trebalo je samo dva koraka kako bi došli do rješenja, dok je ostatak učenika, njih 24 (27%) trebalo tri koraka. Odraslima je u većoj mjeri trebalo samo dva

koraka. 24 odrasla ispitanika (89%) do rješenja su došla u dva koraka, a njih 5 (11%) je do rješenja došlo u tri koraka.

2. zadatak: 13 + 78

Drugi zadatak uključivao je zbrajanje dvoznamenkastih brojeva, ali s prijelazom mjesnih vrijednosti. Također, veći broj je stavljen na mjesto drugog pribrojnika što je kod jednog dijela ispitanika (20% djece i čak 52% odraslih) promijenilo orijentaciju te krenulo računati s desna na lijevo, od većeg broja.

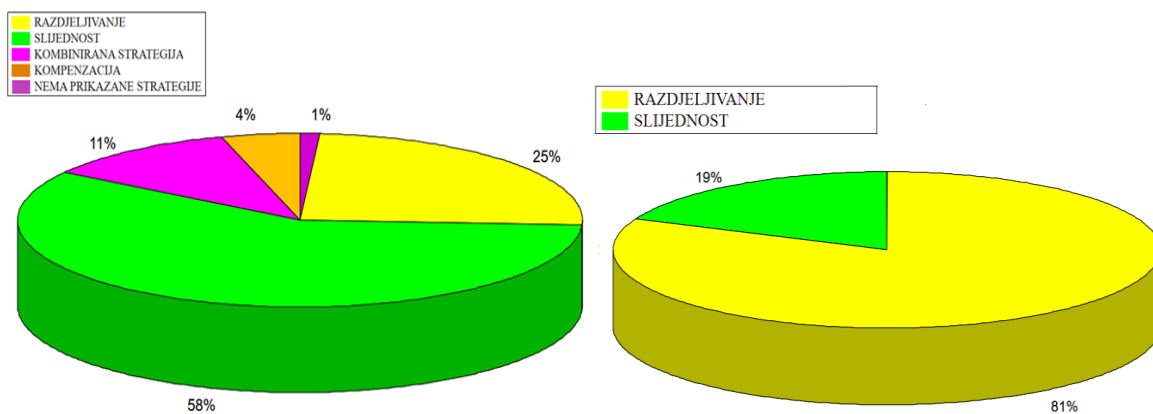
Točno rješenje ovog zadatka jest 91.



Slika 9. Grafički prikaz točnosti rješenja drugog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I djeca i odrasli u vrlo sličnom postotku su riješili točno ovaj zadatak. Netočan odgovor ponudilo je 3 djece (3%) i jedna odrasla osoba (4%). 86 djece (97%) i 26 odraslih (96%) na zadatak je dalo točan odgovor.

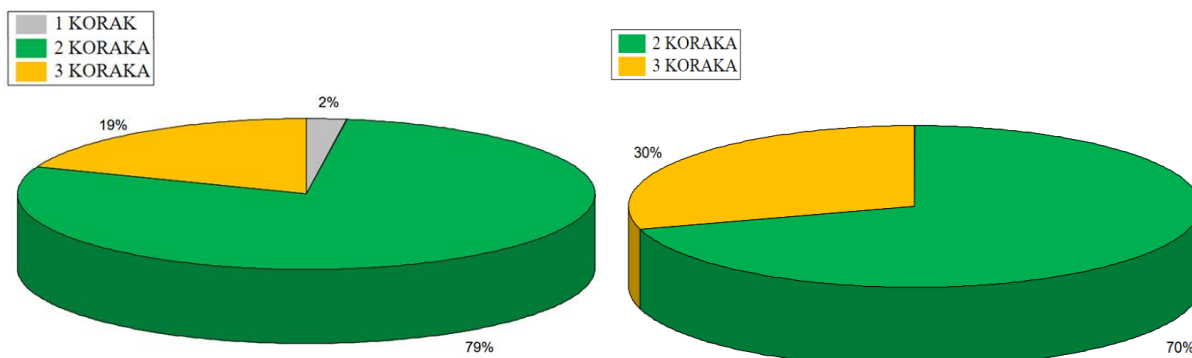
Drugi zadatak po pitanju izabranih strategija nudi širi spektar za razliku od prvog zadatka.



Slika 10. Grafički prikaz korištenih strategija u drugom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Učenici su koristili više strategija nego što su u prethodnom zadatku, a prevladavala je slijednost koju je koristilo čak 52 učenika (58%), zatim razdjeljivanje koje je koristilo njih 22 (25%). U manjoj mjeri su korištene kombinirana strategija (11%) i kompenzacija (4%). Jedan učenik (1%) korištenu strategiju nije prikazao. Za razliku od učenika, odrasli ispitanici su najviše koristili razdjeljivanje, čak njih 22 (81%), a ostatak ispitanika (19%) koristio je slijednost.

Broj koraka koji su prevladavali u drugom zadatku su 2 ili 3.



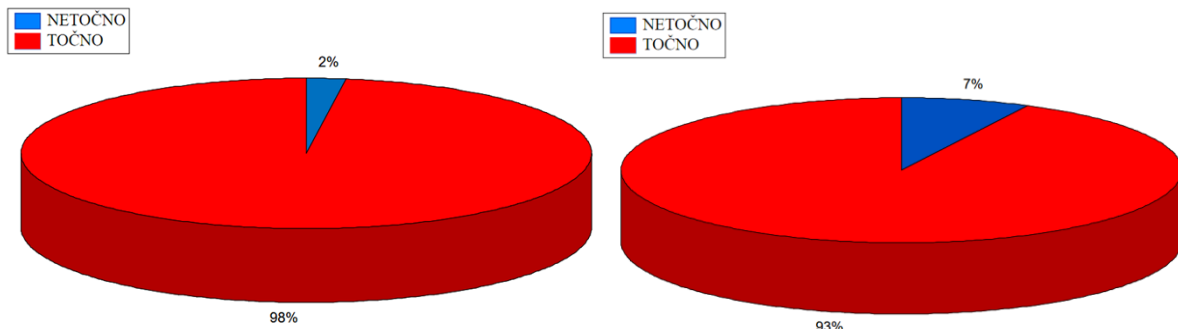
Slika 11. Grafički prikaz broja koraka u drugom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

70 učenika (79%) do rješenja je došlo u dva koraka, 17 (19%) ih je do rješenja došlo u tri koraka te su dva ispitanika (2%) prikazala samo jedan korak. 19 odraslih ispitanika (70%) do rješenja je došlo u dva koraka, a njih 8 (30%) je do rješenja došlo u tri koraka.

3. zadatak: 91 + 108

Treći zadatak je zbrajanje dvoznamenkastog s troznamenkastim brojem, bez prijelaza. I u ovom zadatku, kao i u drugom, veći broj je na mjestu drugog pribrojnika što je ponovno kod dijela ispitanika mijenjalo orijentaciju računanja pa su kretali od većeg broja. To je učinilo 19% djece i čak 67% odraslih ispitanika.

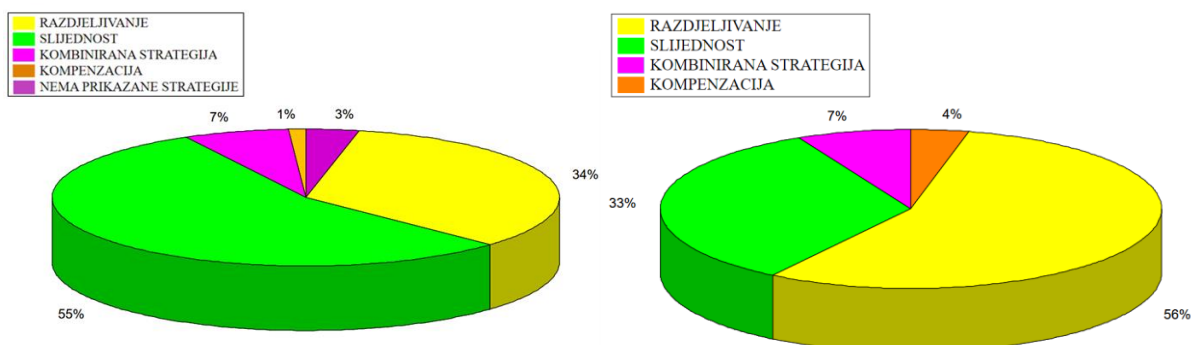
Točan odgovor trećeg zadatka jest 199.



Slika 12. Grafički prikaz točnosti rješenja trećeg zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

87 učenika (98%) je na treći zadatak dalo točan odgovor, dok je njih 2 (7%) odgovorilo netočno. 25 odraslih ispitanika (93%) je točno riješilo ovaj zadatak, a samo dva odrasla ispitanika (2%) su odgovorila netočno.

Strategije misaonog računanja koje su ispitanici koristili u ovom zadatku su raznolike.

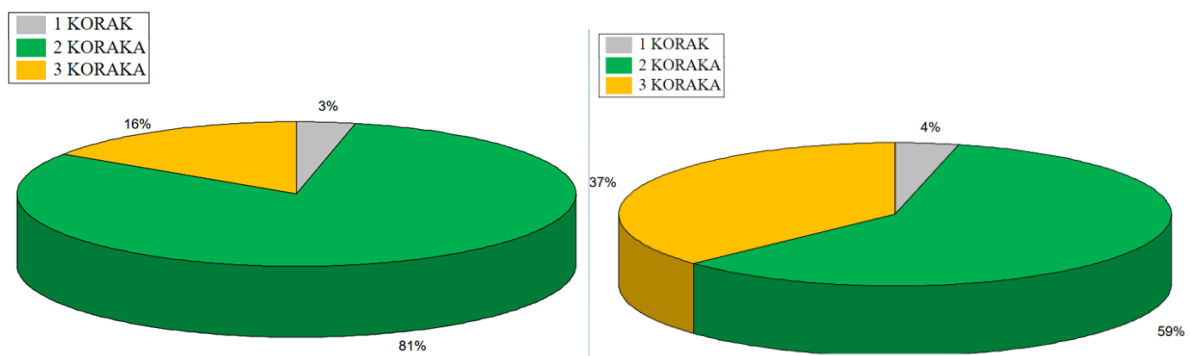


Slika 13. Grafički prikaz korištenih strategija u trećem zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I odrasle osobe i učenici su u trećem zadatku do rješenja došli koristeći se različitim strategijama. Kod djece je dominantna strategija slijednosti, koju je koristilo njih 49 (55%), a

druga najčešća jest razdjeljivanje koju je koristilo 30 djece (34%). Kod odraslih osoba najčešća strategija bila je razdjeljivanje, koju je ponudilo 15 ispitanika (56%), a potom slijednost, koju je koristilo njih 9 (33%). U manjem postotku i kod odraslih osoba (7%) i kod djece (7%) se pojavljuje kombinirana strategija. Kompenzaciju je koristio po jedan ispitanik iz svake skupine. Kod troje djece (3%) nemamo uvid u strategiju.

Broj koraka kojima su ispitanici dolazili do rješenja je od 1 do 3.

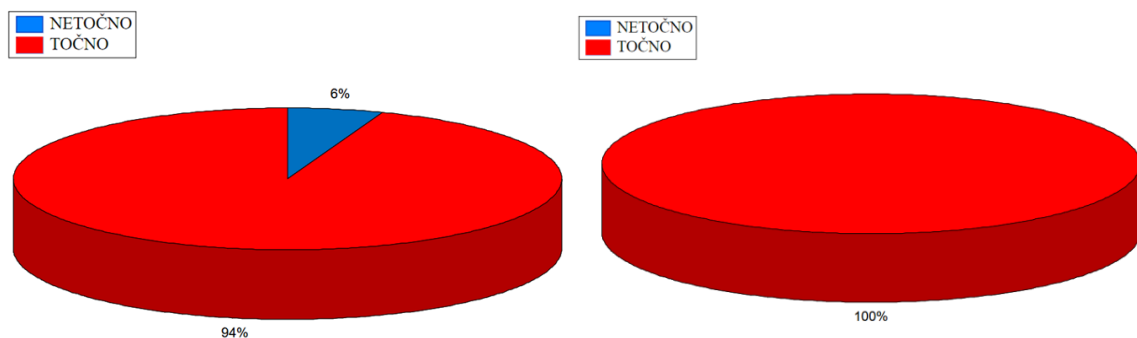


Slika 14. Grafički prikaz broja koraka u trećem zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

72 učenika (81%) do rješenja su došla u dva koraka, 14 (16%) ih je do rješenja došlo u tri koraka te su tri ispitanika (3%) prikazala samo jedan korak. 16 odraslih ispitanika (59%) do rješenja je došlo u dva koraka, 10 (37%) ih je do rješenja došlo u tri koraka te je jedan ispitanik (4%) dao odgovor s jednim korakom.

4. zadatak: $473 + 74$

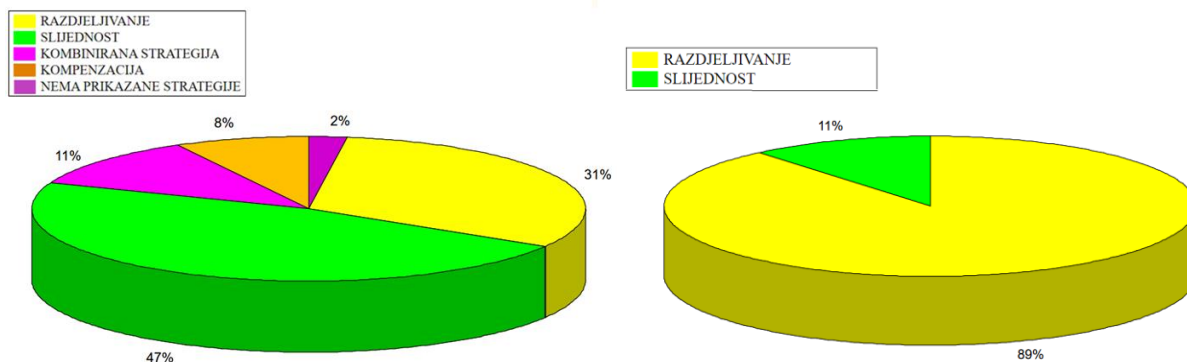
Ovo je zadatak zbrajanja troznamenkastog broja s dvoznamenkastim, ali s prijelazom desetica. Točan rezultat je 547.



Slika 15. Grafički prikaz točnosti rješenja četvrtog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Na ovaj zadatak je 84 učenika (94%) odgovorilo točno, dok je manji broj njih, tek 5 učenika (6%) odgovorilo netočno. Sve odrasle osobe dale su točan odgovor.

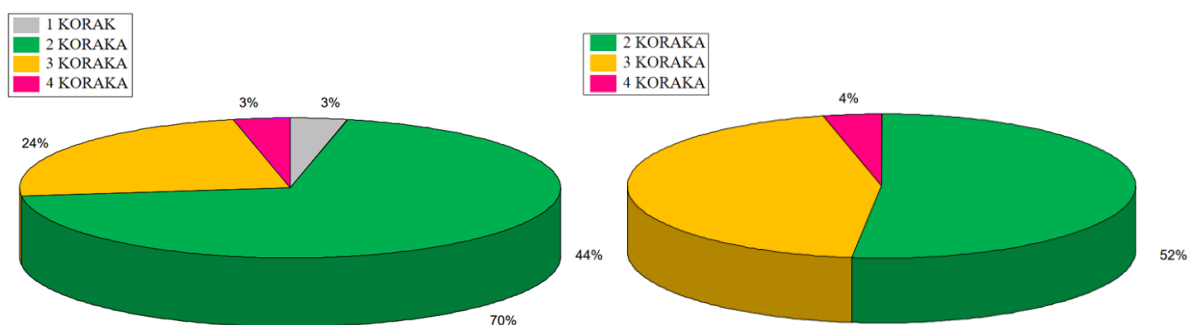
Strategije korištene u četvrtom zadatku brojnije su kod djece nego što su kod odraslih osoba.



Slika 16. Grafički prikaz korištenih strategija u četvrtom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Djeca su u ovom zadatku koristila četiri različite strategije – slijednost je koristilo najviše učenika, njih 42 (47%), zatim razdjeljivanje koje je koristilo 28 učenika (31%), te u manjoj mjeri su korištene kombinirana strategija (11%) i kompenzacija (8%). Kod dvoje učenika (2%) nema uvida u korištenu strategiju. Kod odraslih osoba, za razliku od djece, najčešće korištena strategija je razdjeljivanje koje je koristio čak 24 ispitanika (89%), tek 3 ispitanika (11%) koristilo je strategiju slijednosti.

U ovom zadatku broj koraka koji se koristio išao je sve do 4 koraka.

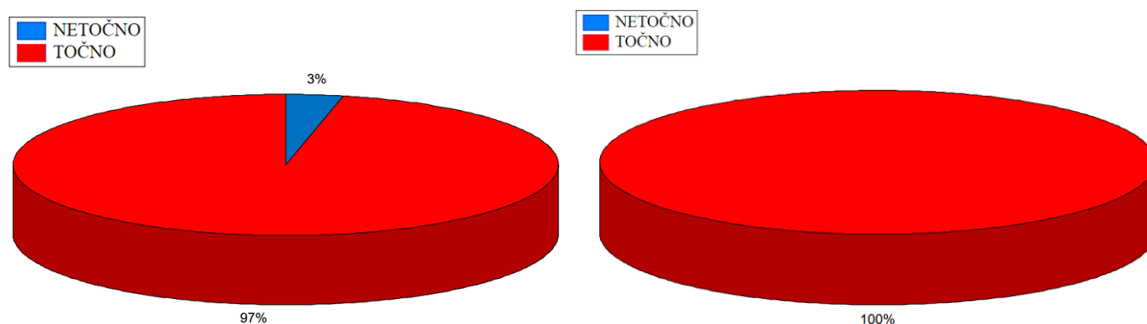


Slika 17. Grafički prikaz broja koraka u četvrtom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

62 učenika (70%) do rješenja su došla u dva koraka, njih 21 (24%) je do rješenja došlo u tri koraka, 3 (3%) ih je u četiri koraka te je 3 ispitanika (3%) prikazalo samo jedan korak. 14 odraslih ispitanika (52%) do rješenja je došlo u dva koraka, njih 12 (44%) je do rješenja došlo u tri koraka te su jednom ispitaniku (4%) bila potrebna četiri koraka.

5. zadatak: 128 + 311

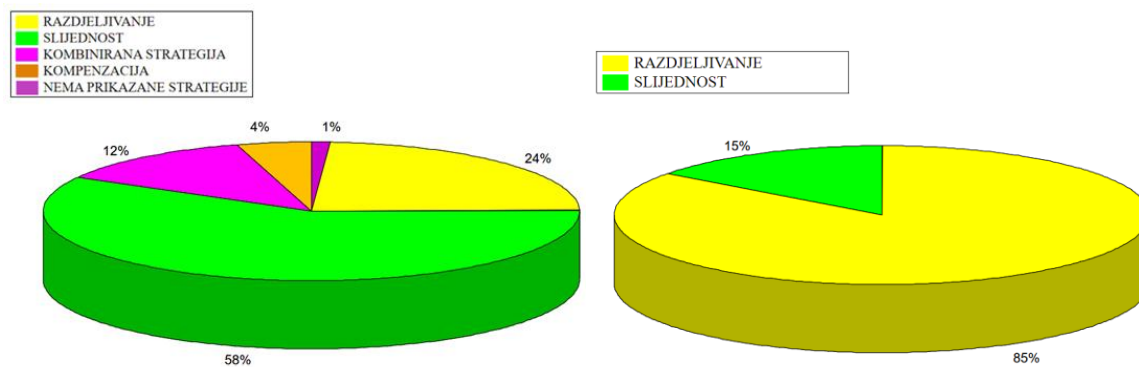
Peti zadatak bio je zadatak zbrajanja troznamenkastih brojeva bez prijelaza mjesnih vrijednosti. Točno rješenje je 439.



Slika 18. Grafički prikaz točnosti rješenja petog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Na ovaj zadatak je 86 učenika (97%) odgovorilo točno, dok je vrlo mali broj njih, tek 3 učenika (3%) odgovorilo netočno. Sve odrasle osobe dale su točan odgovor.

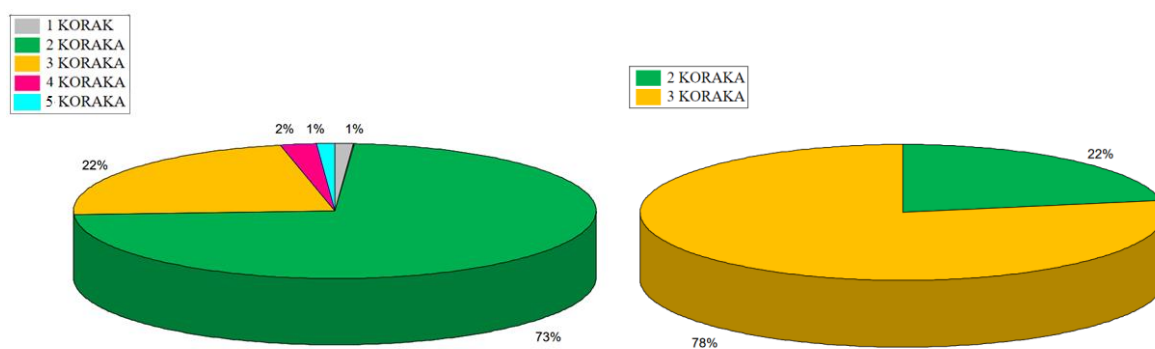
Strategije korištene u ovom zadatku ponovno su brojnije kod djece nego kod odraslih osoba.



Slika 19. Grafički prikaz korištenih strategija u petom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Kod djece je dominantna strategija slijednosti, koju je koristilo njih 52 (58%), a druga najčešća jest razdjeljivanje koju je koristilo 21 dijete (24%). Kod odraslih osoba najčešća strategija bila je razdjeljivanje, koju je ponudilo 23 ispitanika (85%), a potom slijednost, koju je koristilo njih 6 (15%). Manje učestala strategija kod 11 djece (12%) je kombinirana strategija. Kompenzaciju je koristilo 4 djece (4%), a kod jednog djeteta nemamo uvid u strategiju.

U petom zadatku djeca su davala odgovore s različitim brojem koraka te se po prvi puta do sad pojavljuje odgovor s 5 koraka. Odrasli ispitanici zadatak su riješili u 2 ili 3 koraka.



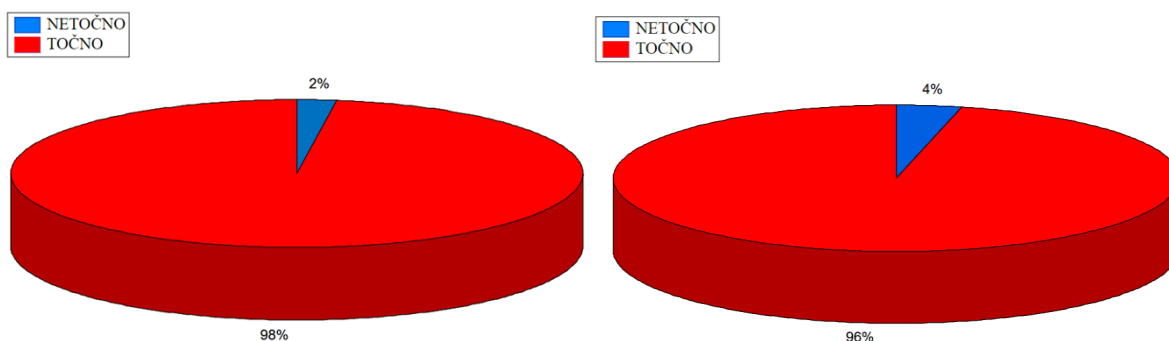
Slika 20. Grafički prikaz broja koraka u petom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Najveći broj djece, njih 65 (73%) zadatak je riješilo u dva koraka, zatim njih 20 (22%) u tri koraka, 2 (2%) u četiri koraka, po jedno dijete (1%) dalo je rješenje u pet i u jednom koraku. Odrasli ispitanici najvećim dijelom su do rješenja dolazili u 3 koraka, čak njih 20 (78%), a zatim ih je 7 (22%) u dva koraka.

6. zadatak: 276 + 308

Posljednji zadatak zbrajanja obuhvatio je zbrajanje troznamenkastih brojeva s prijelazom na mjestu jedinica.

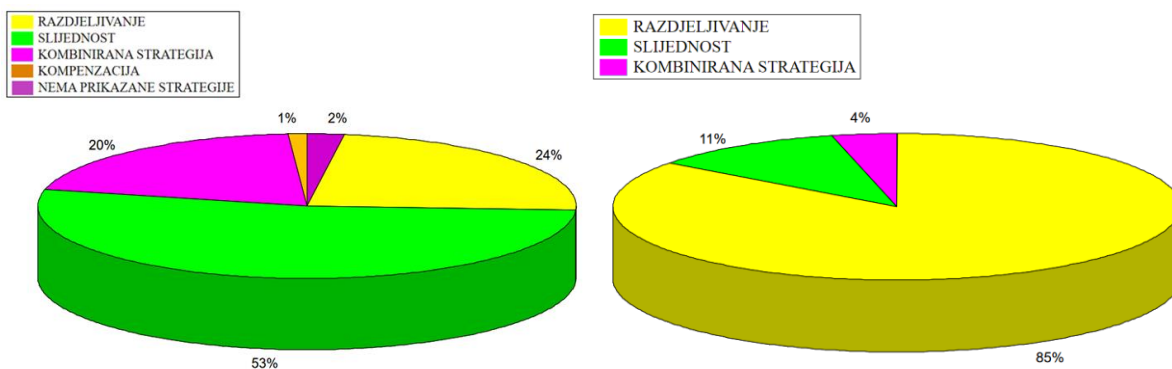
Točan rezultat ovog zadatka jest 584, a i djeca i odrasli su najvećim dijelom davali točne odgovore.



Slika 21. Grafički prikaz točnosti rješenja šestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I djeca i odrasli u vrlo sličnom postotku su riješili točno ovaj zadatak. Netočan odgovor ponudilo je 2 djece (2%) i jedna odrasla osoba (4%). 87 djece (98%) i 26 odraslih (96%) na zadatak je dalo točan odgovor.

Djeca su i u ovom zadatku ponudila jednu strategiju više nego što su to odrasli ispitanici. Najčešće zastupljena strategija razlikuje se kod djece i odraslih i u ovom zadatku.

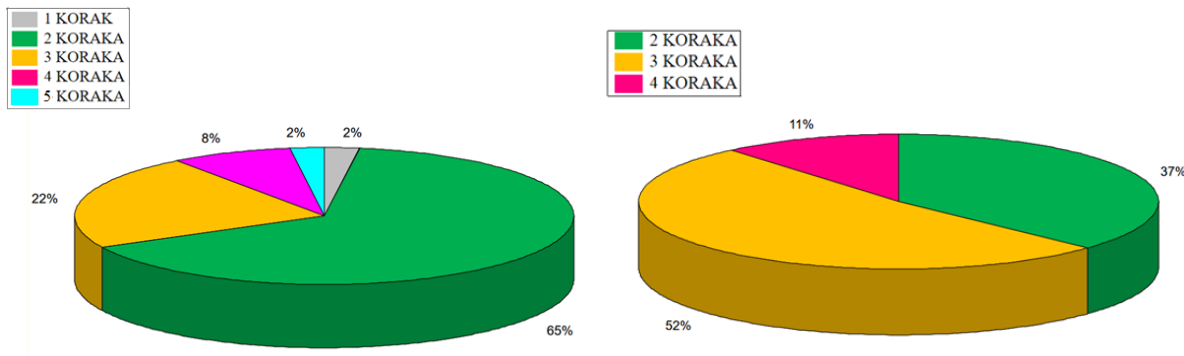


Slika 22. Grafički prikaz korištenih strategija u šestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Promatrajući zastupljenost strategija misaonog računanja u šestom zadatku, kod djece je dominantna strategija sljednosti, koju je koristilo njih 47 (53%), a druga najčešća jest razdjeljivanje koju je koristilo 21 dijete (24%). Kombiniranu strategiju koristilo je 18 djece (20%), kompenzaciju jedno dijete (1%) te kod dvoje djece (2%) nema uvida u strategiju. Kod odraslih osoba najčešća strategija bila je razdjeljivanje, koju je ponudilo 23 ispitanika (85%),

a potom slijednost, koju je koristilo njih 3 (11%) i kombinirana strategija s kojom je do rješenja došao jedan odrasli ispitanik (4%).

U šestom zadatku djeca imaju širi spektar koraka koje su koristili da bi došli do rješenja nego što to imaju odrasle osobe.

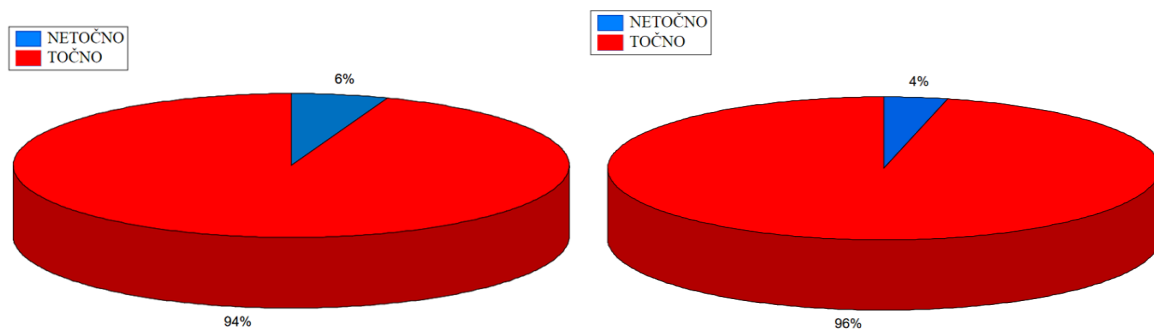


Slika 23. Grafički prikaz broja koraka u šestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Najveći broj djece, njih 58 (65%) zadatak je riješilo u dva koraka, zatim njih 20 (22%) u tri koraka, 7 (8%) u četiri koraka, 2 (2%) dalo je rješenje u pet koraka i u jednom koraku. Odrasli ispitanici najvećim dijelom su do rješenja dolazili u 3 koraka, njih 14 (52%), a zatim ih je 10 (37%) u dva koraka i 3 (11%) s četiri koraka.

7. zadatak: 95 – 23

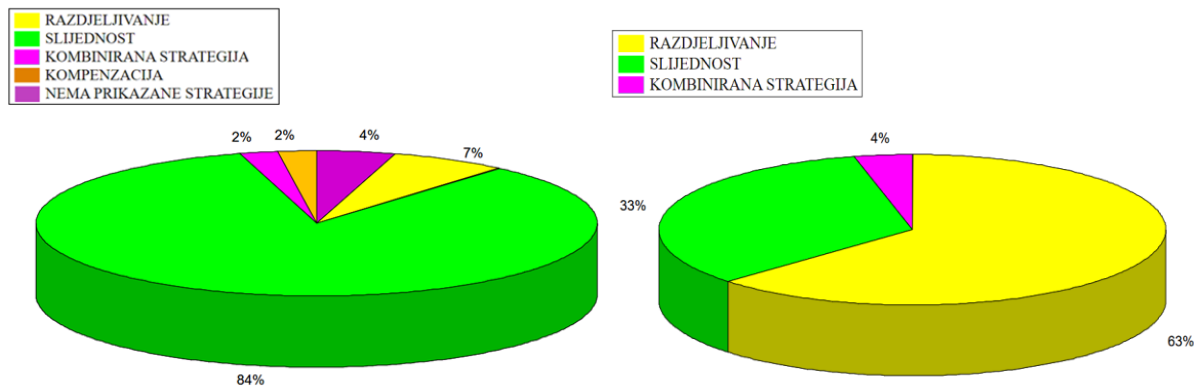
Prvi zadatak oduzimanja obuhvaća oduzimanje dvoznamenkastih brojeva bez prijelaza mjesnih vrijednosti. Točan rezultat jest 72, a do njega je uspješno došla većina ispitanika.



Slika 24. Grafički prikaz točnosti rješenja sedmog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I u ovom zadatku su djeca i odrasli u vrlo sličnom postotku ponudili točan odgovor. Netočan odgovor ponudilo je 5 djece (6%) i jedna odrasla osoba (4%). 84 djece (94%) i 26 odraslih (96%) na zadatak je dalo točan odgovor.

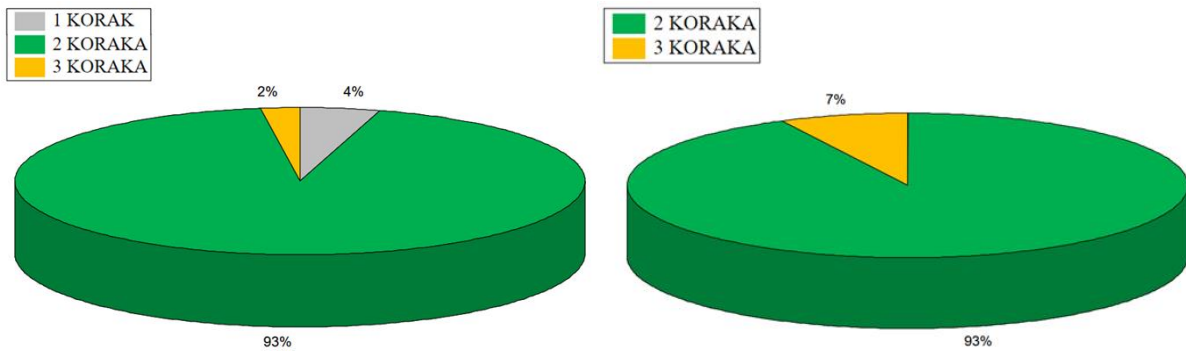
Strategije korištene u prvom zadatku oduzimanja su raznolike, a više ih je uočeno kod djece nego što je kod odraslih osoba.



Slika 25. Grafički prikaz korištenih strategija u sedmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I odrasle osobe i učenici su u ovom zadatku do rješenja došli koristeći se različitim strategijama. Kod djece je dominantna strategija slijednosti, koju je koristilo čak njih 75 (84%), a druga najčešća jest razdjeljivanje koju je koristilo 6 djece (7%). Kod odraslih osoba najčešća strategija bila je upravo razdjeljivanje, koju je ponudilo 17 ispitanika (63%), a potom slijednost, koju je koristilo njih 9 (33%). U manjem postotku i kod odraslih osoba (4%) i kod djece (2%) se pojavljuje kombinirana strategija. Kompenzaciju je koristilo dvoje djece (2%). Kod četvero djece (4%) nemamo uvid u strategiju.

Broj koraka kojima su ispitanici dolazili do rješenja varirao je od 1 do 3 koraka.

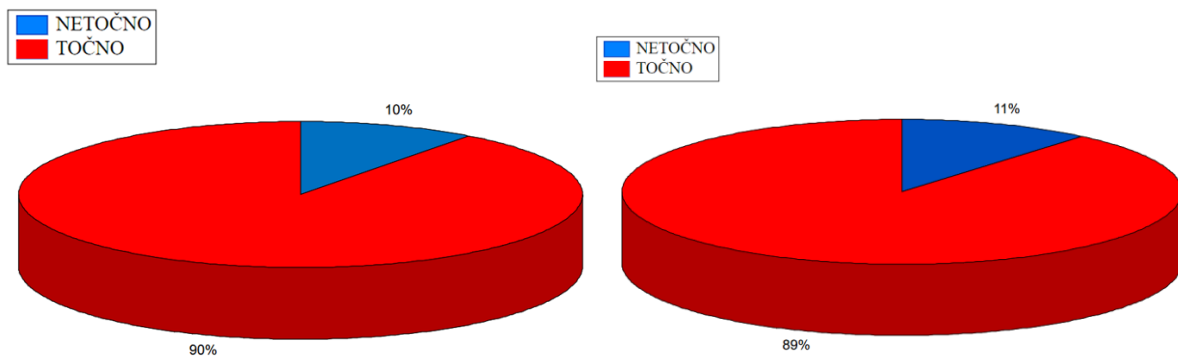


Slika 26. Grafički prikaz broja koraka u sedmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

83 učenika (93%) do rješenja su došla u dva koraka, 2 (2%) ih je do rješenja došlo u tri koraka te su 4 ispitanika (4%) prikazala samo jedan korak. Također, najveći broj i odraslih ispitanika, 25 ih (93%), do rješenja je došlo u dva koraka, a 2 (7%) ih je do rješenja došlo u tri koraka.

8. zadatak: 41 – 15

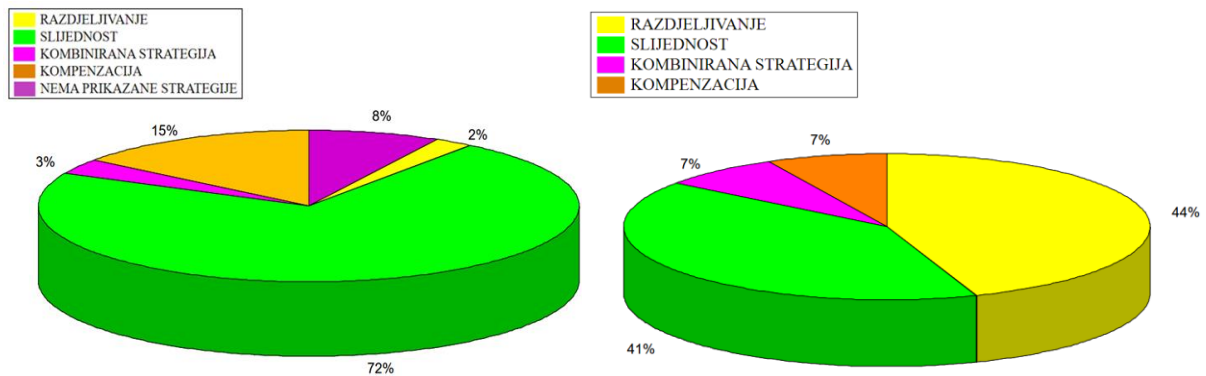
Ovaj zadatak je zadatak oduzimanja dvaju dvoznamenkastih brojeva s prijelazom mjesne vrijednosti. Točan rezultat je 26.



Slika 27. Grafički prikaz točnosti rješenja osmog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

80 učenika (90%) je na osmi zadatak dalo točan odgovor, dok je njih 9 (10%) odgovorilo netočno. 24 odraslih ispitanika (89%) je točno riješilo ovaj zadatak, a 3 odrasla ispitanika (11%) su odgovorila netočno.

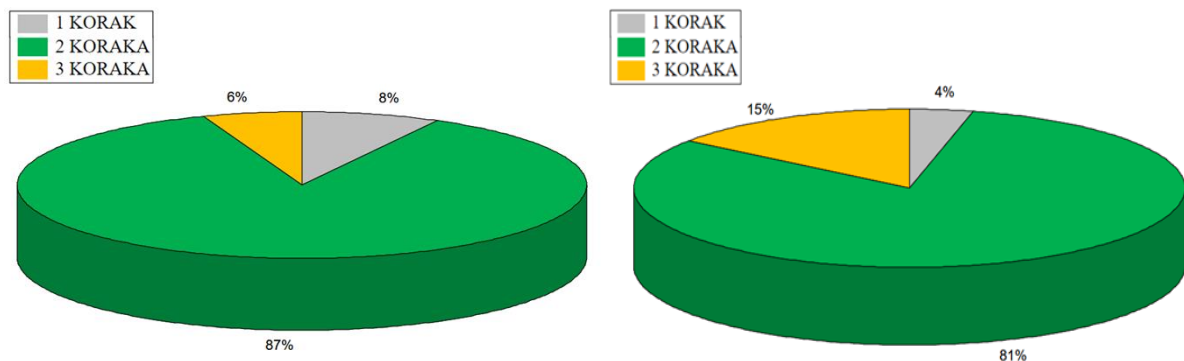
U osmom zadatku kod djece i kod odraslih ispitanika javlja se podjednak broj korištenih strategija, a to su, uz slijednost i razdjeljivanje (kao dvije najčešće), kombinirana strategija i kompenzacija.



Slika 28. Grafički prikaz korištenih strategija u osmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Djeca u najvećoj mjeri ponovno koriste slijednost, čak 64 djece (72%), poslije nje najzastupljenija je kompenzacija s čak 13 djece (15%) koje ju je koristilo. Kombiniranu strategiju koristilo je 3 djece (3%), a samo 2 djece koristilo je razdjeljivanje koje je kod odraslih najzastupljenije. Kod čak 7 djece nema uvida u strategiju. Odrasle osobe, kao što je rečeno, najviše su koristile razdjeljivanje. Tu strategiju koristilo je 12 ispitanika (44%), a odmah je slijedi i slijednost koju je koristilo 11 ispitanika (41%). Kombiniranu strategiju i kompenzaciju koristio je isti broj osoba, njih 2 (7%).

Broj koraka kojim su ispitanici u obje skupine dolazili do rješenja u ovom zadatku bio je od 1 do 3 koraka.



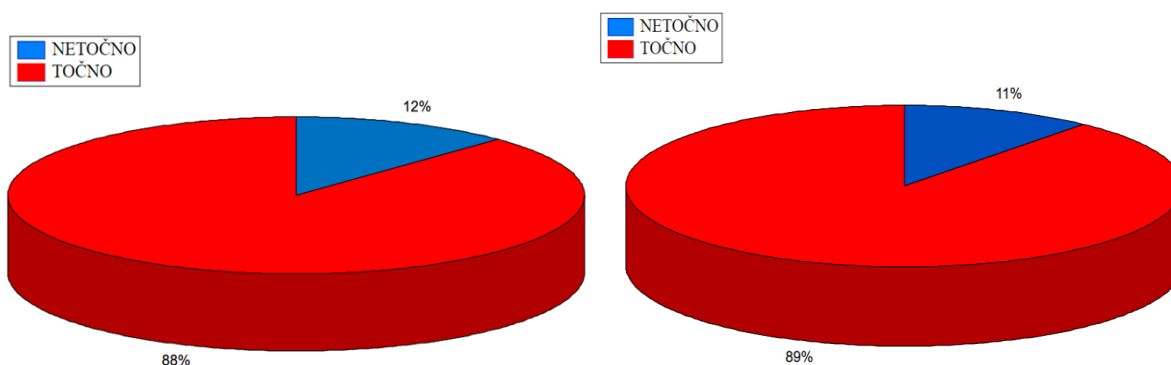
Slika 29. Grafički prikaz broja koraka u osmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

77 učenika (87%) do rješenja je došlo u dva koraka, 5 (6%) ih je do rješenja došlo u tri koraka te je 7 ispitanika (8%) prikazalo da je do rješenja došlo sa samo jednim korakom. Također, najveći broj i odraslih ispitanika, njih 22 (81%), do rješenja je došlo u dva koraka, a 4 (15%) ih je do rješenja došlo u tri koraka. Jedan odrasli ispitanik izjasnio se da je do rješenja došao s jednim korakom.

9. zadatak: 376 – 52

Deveti zadatak obuhvaća oduzimanje dvoznamenkastog od troznamenkastog broja bez prijelaza mjesnih vrijednosti.

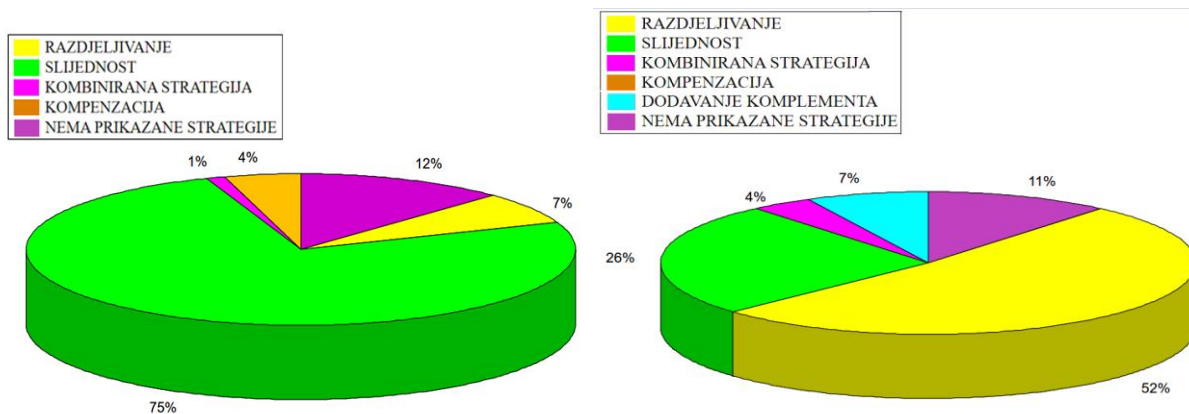
Rješenje ovog zadatka je 324, a na njega je uspješno odgovorio veći dio ispitanika iz obje skupine i to u vrlo sličnom postotku.



Slika 30. Grafički prikaz točnosti rješenja devetog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

78 učenika (88%) je na deveti zadatak točno odgovorilo, dok je njih 11 (12%) odgovorilo netočno. 24 odrasla ispitanika (89%) su točno riješila ovaj zadatak, a 3 odrasla ispitanika (11%) su dala netočan odgovor.

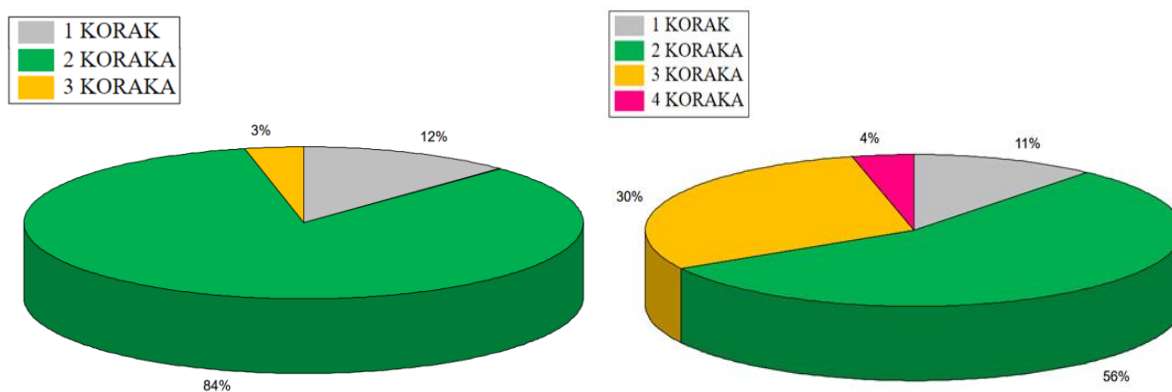
Strategije misaonog računanja korištene u ovom zadatku i kod odraslih i kod učenika većinom su jednake, no u dosta različitoj zastupljenosti.



Slika 31. Grafički prikaz korištenih strategija u devetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

I u devetom zadatku očita je razlika u učestalosti dviju najčešćih strategija – slijednosti i razdjeljivanja. Učenici su u najvećoj mjeri koristili slijednost, a odrasle osobe razdjeljivanje. Slijednost je koristilo čak 67 učenika (75%), dok je istu strategiju koristilo 7 (26%) odraslih ispitanika. Razdjeljivanje je koristilo samo 6 učenika (7%), dok je čak 14 (52%) odraslih koristilo ovu strategiju. Kombiniranu strategiju u obje skupine koristio je samo jedan ispitanik. Kompenzaciju je koristilo 4 djece (4%), no niti jedan odrasli ispitanik. Dva odrasla ispitanika (7%) koristila su dodavanje komplementa, strategije koja se po prvi puta pojavljuje u ovim rezultatima. Kod 10 učenika (12%) te 3 odraslih (11%) nije prikazana strategija koja se koristila.

U ovom zadatku korišteno je od 1 koraka pa sve do 4 koraka kojima se dolazilo do rješenja zadatka.



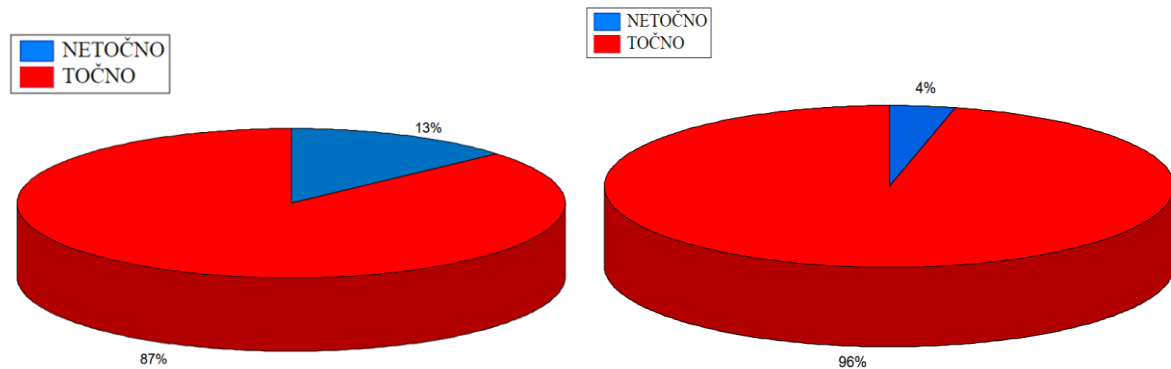
Slika 32. Grafički prikaz broja koraka u devetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Jedan korak kojim se došlo do rješenja koristilo je 11 djece (12%) i 3 odraslih (11%). Dva koraka bila su potrebna većini ispitanika – 75 djece (84%) i 15 odraslih (56%). Tri koraka koristilo je 3 djece (3%) i 8 odraslih (30%). Jedan odrasli ispitanik (4%) trebao je četiri koraka kako bi došao do rješenja zadatka.

10. zadatak: 832 – 41

Ovaj zadatak obuhvaća oduzimanje dvoznamenkastog broja od troznamenkastog, ali ovaj put s prijelazom, a prijelaz je na mjestu desetica.

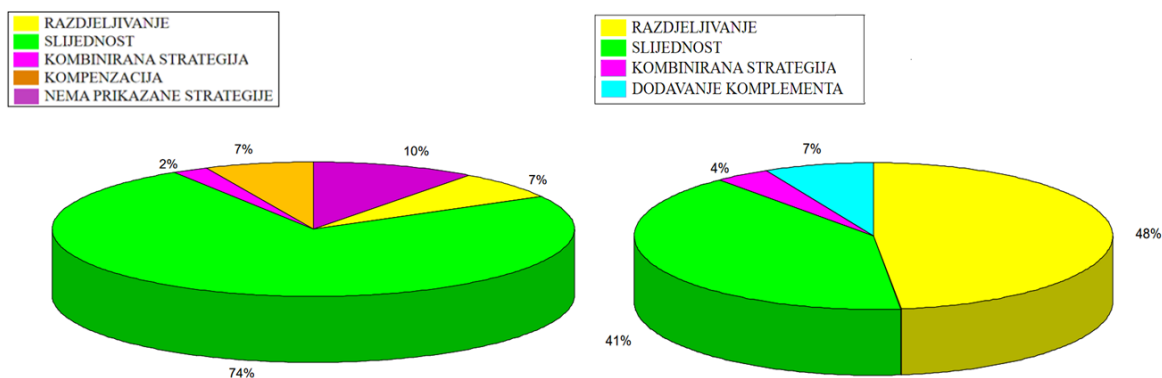
Točan rezultat je 791. Odrasli su bili uspješniji u ovom zadatku od djece.



Slika 33. Grafički prikaz točnosti rješenja desetog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

77 učenika (87%) je ponudilo točan odgovor, a njih 12 (13%) nije uspješno riješilo zadatak. Odrasli su se pokazali bolji u ovome zadatku, pa je tako njih čak 26 (96%) točno odgovorilo, a tek jedan ispitanik (4%) je dao netočan odgovor.

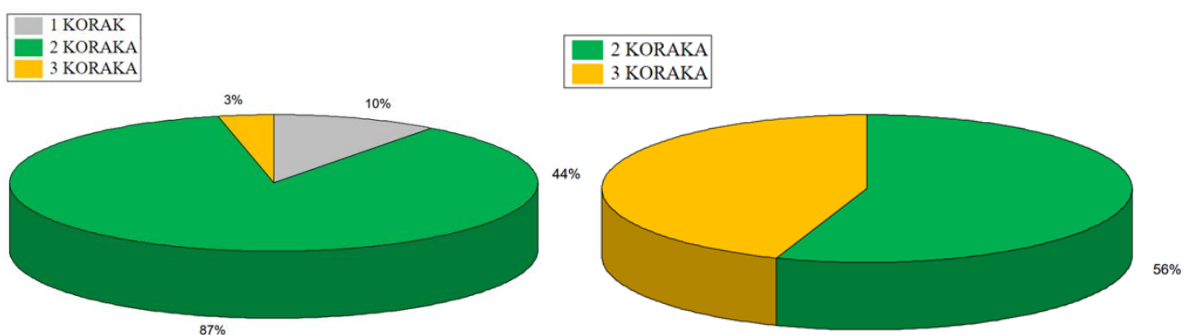
Strategije koje su ispitanici koristili da bi riješili deseti zadatak su nešto brojnije kod djece nego što su to kod odraslih osoba, no svakako obje skupine imaju veliki broj ispitanika koji su koristili strategiju slijednosti



Slika 34. Grafički prikaz korištenih strategija u desetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Kod djece najzastupljenija strategija je ponovno slijednost, a nju je koristilo čak 66 učenika (74%). Kompenzaciju i razdjeljivanje koristio je jednak broj učenika, njih 6 (7%), dvoje (2%) ih je koristilo kombiniranu strategiju. Dosta velik dio učenika, čak njih 9 (10%), nije prikazalo strategiju koju je koristilo. Odrasli ispitanici su u najvećoj mjeri koristili razdjeljivanje, 13 ispitanika (48%), a odmah zatim i slijednost. Slijednost je koristilo 11 odraslih ispitanika (41%), kombiniranu strategiju samo jedan ispitanik (4%) te se pojavljuje i strategija dodavanja komplementa kod čak dva ispitanika (7%).

Koraci koje su ispitanici koristili kako bi došli do rezultata iznosili su od 1 koraka do 3 koraka. S jednim korakom se ne može dobiti uvid u strategiju koja je korištena, a u ovom zadatku jedan korak su koristila samo djeca.



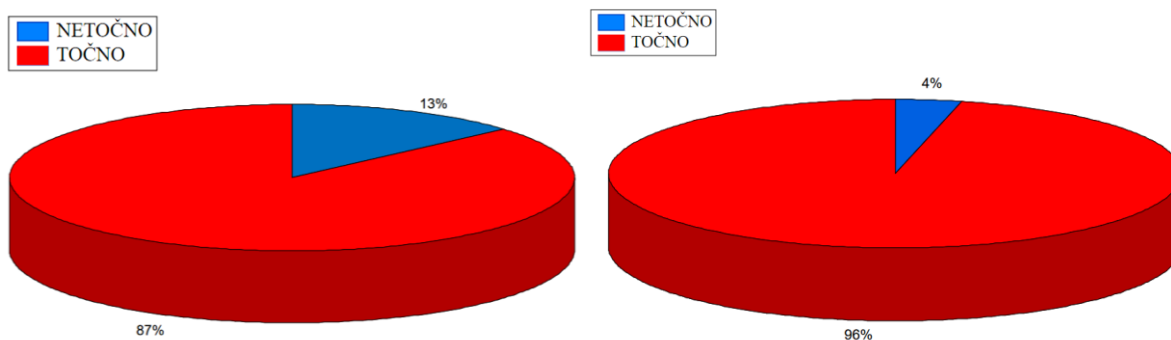
Slika 35. Grafički prikaz broja koraka u desetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Kao što je rečeno i što se može zaključiti i s podacima s prošlog grafičkog prikaza (prikaza strategija), dio učenika, njih 9 (10%) nije prikazalo strategiju stoga je prikazan samo jedan korak kojim se došlo do rješenja. 77 učenika (87%) do rješenja je došlo koristeći dva koraka. Tri koraka su bila potrebna 3 učenika (3%). Odrasle osobe u većoj mjeri su do rješenja dolazile s dva koraka, njih 15 (56%), no vrlo blizak broj je koristio tri koraka, čak njih 12 (44%).

11. zadatak: 583 – 261

Ovaj zadatak obuhvaća oduzimanje dvaju troznamenkastih brojeva, ali bez prijelaza mjesnih vrijednosti, stoga je uspješnost u rješavanju bila zadovoljavajuća.

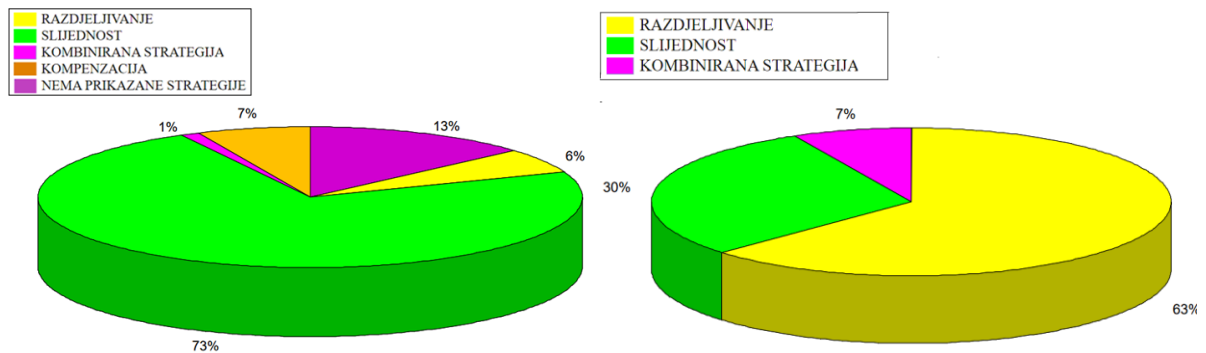
Točan odgovor je 322. U rješavanju ovog zadatka uspješniji su se pokazali odrasli nego što su to učinili učenici.



Slika 36. Grafički prikaz točnosti rješenja jedanaestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Jedanaesti zadatak točno je riješilo 77 učenika (87%) i 26 odraslih osoba (96%). Netočno rješenje dalo je 12 učenika (13%) i samo jedna odrasla osoba (4%).

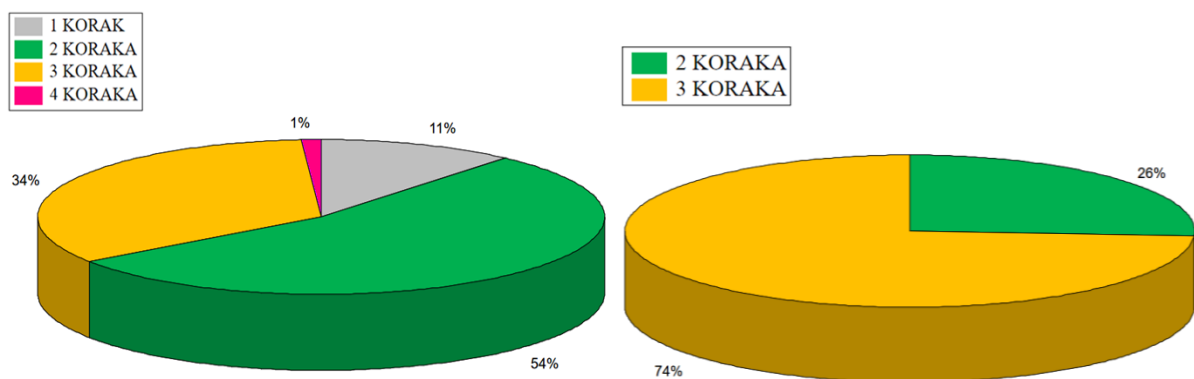
Strategije koje su se koristile u jedanaestom zadatku brojnije su kod djece nego kod odraslih osoba. Najčešće strategije i ovdje su dominantne, po jedna u svakoj skupini – slijednost i razdjeljivanje.



Slika 37. Grafički prikaz korištenih strategija u jedanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Kod učenika najučestalija strategija u ovom zadatku jest slijednost, a koristilo ju je čak 65 učenika (73%), dok je istu strategiju koristio nešto manji dio odraslih ispitanika, njih 8 (30%). Strategija s najviše odraslih ispitanika, njih 17 (63%) koji su je koristili jest razdjeljivanje, dok je kod učenika ta strategija jedva zastupljena, koristilo ju je 5 učenika (6%). Kombiniranu strategiju koristilo je nešto više odraslih osoba (7%) nego što ju je koristilo učenika (1%). Kompenzaciju je koristilo 6 djece (7%), ali niti jedan odrasli ispitanik. Kod čak 12 učenika (13%) nema uvida u korištenu strategiju.

Kod djece je uočeno više različitih odgovora s brojem koraka od 1 do 4, a odrasle osobe su do rješenja došle koristeći 2 ili 3 korak.



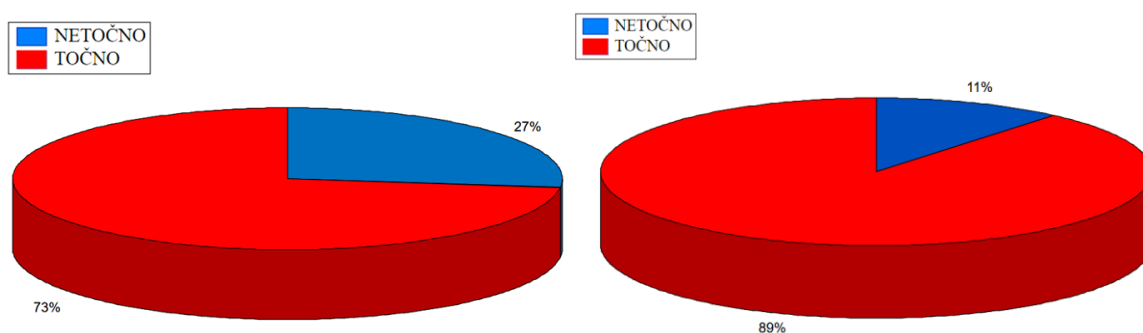
Slika 38. Grafički prikaz broja koraka u jedanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Jedan korak kojim se došlo do rješenja koristilo je 10 djece (11%), samim time ne postoji ni uvid korištenu strategiju. Dva koraka bila su potrebna većini učenika, njih 52(54%), a tri koraka koristilo je 30 učenika (34%). Jedan ispitanik (1%) u skupini djece je trebao četiri koraka kako bi došao do rješenja. Većina odraslih osoba zadatak je riješila u tri koraka, čak njih 20 (74%), a ostalih 7 osoba (26%) trebalo je dva koraka da bi došli do rezultata zadatka oduzimanja.

12. zadatak: 782 – 365

Posljednji zadatak je oduzimanje dvaju troznamenkastih brojeva, ali s prijelazom mjesnih vrijednosti.

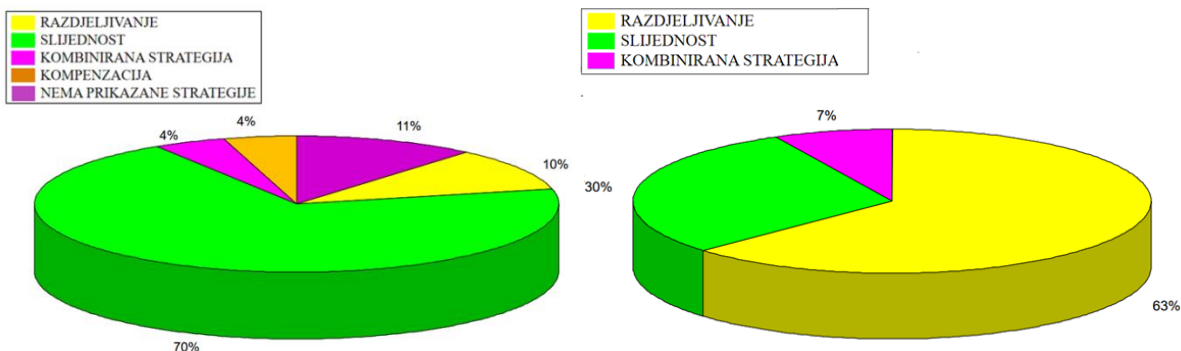
Točan rezultat je 417, a do njega je većina ispitanika uspješno došlo. Ipak, bez obzira na to, ovo je zadatak koji u skupini djece ima najviši postotak netočnih odgovora, te je i u skupini odraslih, s još dva zadatka, s najvišim postotkom netočnih odgovora.



Slika 39. Grafički prikaz točnosti rješenja dvanaestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Čak 24 učenika (27%) na ovaj zadatak ponudilo je netočan odgovor, dok je njih 65 (73%) ipak uspjelo doći do točnog rezultata. Nešto manji udio netočnih odgovora je kod odraslih osoba, njih 3 (11%) je dalo netočan odgovor, dok ih je 24 (89%) uspješno riješilo zadatak.

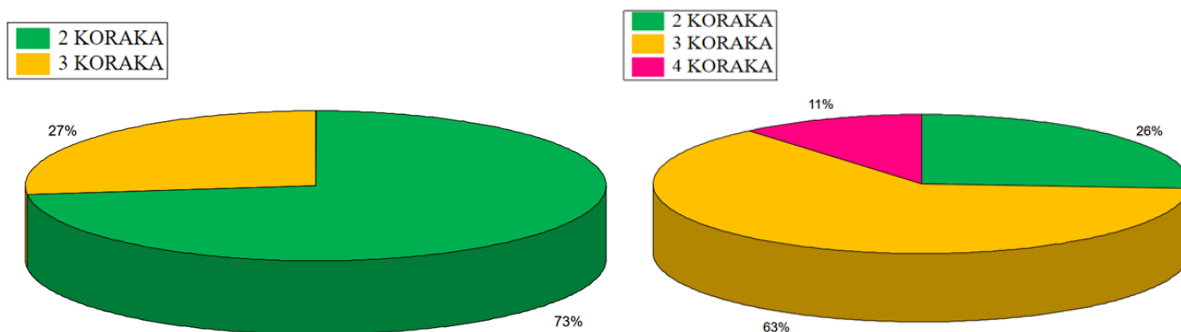
Strategije su i u ovom zadatku nešto brojnije kod djece nego što su kod odraslih.



Slika 40. Grafički prikaz korištenih strategija u dvanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Kod djece najučestalija strategija jest slijednost, a koristilo ju je 62 djece (70%), slijedi je razdjeljivanje s 9 učenika (10%). Kombinirana strategija i kompenzacija imaju jednak broj učenika koji su ih koristili, njih 4 (4%). Kod čak 10 djece (11%) nema uvida u strategiju. Odrasli ispitanici najviše su koristili strategiju razdjeljivanja, a koristilo ju je 17 ispitanika (63%), zatim slijednost s 8 ispitanika (30%), dok je kombiniranu strategiju koristilo njih 2 (7%).

Broj koraka kojima su se ispitanici koristili za doći do rješenja u ovom zadatku bio je od 2 do 4 koraka.



Slika 41. Grafički prikaz broja koraka u dvanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)

Dva koraka bila su potrebna većini učenika, njih 48 (73%), dok su dva koraka bila potrebna u nešto manjoj mjeri odraslim ispitanicima, 7 (26%). Tri koraka koristilo je 24 učenika (3%) i većina odraslih ispitanika, 17 ih (63%). Tri odrasla ispitanika (11%) trebala su četiri koraka kako bi došli do rješenja zadatka.

7. RASPRAVA

Cilj ovog istraživanja bio je dobiti uvid u različite strategije misaonog zbrajanja i oduzimanja, kako djece u nižim razredima osnovne škole (3. i 4. razred), tako i odraslih osoba. U istraživanju je sudjelovalo 89 učenika i 27 odraslih osoba.

Prvi problem istraživanja bio je ispitati točnost rješavanja zadataka zbrajanja i oduzimanja misaonim računanjem kod odraslih osoba i djece te utvrditi u kojoj računskoj operaciji su uspješniji. Općenito, bolji rezultati su postignuti u zadacima zbrajanja, nego što je to kod zadataka oduzimanja. U zadacima zbrajanja i odrasli i djeca vrlo su blizu jedni drugima s ukupnom točnošću rješenja, dok su se u oduzimanju odrasli ispitanici pokazali nešto uspješniji, naročito u zadatku oduzimanja troznamenkastih brojeva s prijelazom mjesnih vrijednosti. Najčešći netočni odgovori u zadacima zbrajanja i oduzimanja su oni koji se za jedan više ili manje razlikuju od točnog odgovora ili oni koji se od njega razlikuju za 10.

Među greškama koje se javljaju pri misaonom zbrajanju i oduzimanju primijećene su i one do kojih dolazi kad se u glavi pokušava zamisliti pisani algoritam. To dovodi do pogrešaka, posebno kad su se javljaju prijelazi i kad je potrebno prenositi, jer su to koraci koji se teže prate misaono (Rogers, 2009), dolazi do opterećenja memorije i nižih sposobnosti pamćenja svih napravljenih međukoraka i dobivenih rezultata. Ovo je posebno bilo izraženo kod odraslih osoba (čak 22%), koje su tijekom intervjuiranja, računale na način da bi izgovarale „pišem“ i „pamtim“ iako ništa nisu pisali, a dio njih je i rekao da u glavi zamišlja pisani račun.

Drugi problem bio je ispitati raznolikost i brojnost korištenih strategija kod misaonog zbrajanja i oduzimanja. I kod djece i kod odraslih osoba dvije su najučestalije strategije – slijednost (*NIO*) i razdjeljivanje (*IOIO*) koje su se pojavljivale u svakom zadatku. Strategija slijednosti dominirala je kod djece u iznosu od 64%. Strategija slijednosti pri računanju zahtijeva najmanje dva koraka što je najvećem broju djece (u iznosu od 67%) bilo dovoljno da bi došli do rezultata. Strategija razdjeljivanja zastupljena je u 18%. Nadalje, strategija koju su djeca koristila više nego odrasli jest kombinirana strategija, ali i kompenzacija. Strategija slijednosti i kompenzacija djeci nisu prirodne, tome su podučavani ili im je pokazana, a ujedno su to najviše razine uočene kod djece (Thompson i Smith, 1999). Istraživanjem koje je proveo s djecom, u kontrolnoj skupini bez utjecaja materijala ili modela, Beishuizen (1993)

uočio je spontano izraženu sklonost prema strategiji razdjeljivanja (strategija *1010*) u iznosu od 50% ili više, u usporedbi s oko 30% strategija slijednosti (strategija *N10*) i prilično visokom učestalošću od oko 15% drugih strategija. U nekoliko nizozemskih istraživanja utvrđeno da slabiji učenici uglavnom koriste strategiju razdjeljivanja, dok mnogi bolji učenici usvajaju slijednosti kao učinkovitiji postupak računanja. Zbog eventualnih grešaka i većeg broja koraka dolaska do rješenja češća strategija koja se koristi, naročito u nizozemskim školama, jest strategija slijednosti ili *N10*. (Beishuizen i Anghileri, 1998). Kod odraslih ispitanika najzastupljenija strategija jest razdjeljivanje u iznosu od 68%. Ona je najčešće korištena s najmanje tri koraka, no najveći broj odraslih ispitanika je zadatke rješavao u 2 (u 56% slučajeva) ili 3 koraka (u 41% slučajeva) – ne bi se navodio posljednji korak kombiniranja rezultata dobivenih pri zbrajanju određenih mjesnih vrijednosti. U manjoj mjeri slijedi je strategija slijednosti, u iznosu od 27%, a ostatak opada na kompenzaciju, ali se u 2% pojavljuje strategija dodavanja komplementa. Ovu strategiju odrasli koriste češće nego djeca, ali ona se može podučavati i podučava se u mnogim europskim zemljama. (Thompson, 2000) U zadacima kad su brojevi bliže jedan drugome, djeca će vjerojatno prirodno koristiti ovu strategiju. (Thompson i Smith, 1999)

Brojnost strategija korištenih kod zbrajanja i oduzimanja se vrlo malo razlikuje. Pri računanju s obje računске operacije korištene su sve četiri iste strategije, ali kao što je navedeno, u različitom obujmu – slijednost, razdjeljivanje, kombinirana strategija i kompenzacija. Strategija dodavanja komplementa, koja se najčešće koristi u zadacima oduzimanja, u ovom istraživanju je korištena u samo dva zadatka jednog ispitanika. Stoga, ipak se može reći da su strategije oduzimanja brojnije od strategija zbrajanja te da su odrasle osobe ipak koristile više različitih strategija nego što su ih koristila djeca.

Treći problem bio je ispitati učestalost upotrebe strategija viših i nižih razina kod djece u odnosu na odrasle. Svi ispitanici koristili su strategije misaonog računanja više razine, no kao što je navedeno, strategija slijednosti i kompenzacija smatraju se najvišom razinom učenom kod djece, a u ovom istraživanju su je djeca uspješno koristila, naročito strategiju slijednosti. Odrasle osobe, s obzirom na strategiju dodavanja komplementa, ponudile su jednu strategiju više razine više od djece.

Istraživanje je dalo uvid u raznolike strategije misaonog računanja, a ovisno o obilježjima zadataka ispitanici su ih kombinirali, to jest, nisu uvijek dosljedni istoj strategiji. Brojna istraživanja također upućuju na to, da djeca na raspolaganju imaju i koriste veći broj različitih

strategija rješavanja zadataka zbrajanja i oduzimanja, kao i množenja i dijeljenja, ali odabir između mnoštva različitih strategija jest adaptivan, to jest, i djeca i odrasli, ovisno o karakteristikama zadatka koji rješavaju biraju onu najtočniju i najbržu strategiju koja im je tada na raspolaganju. (Pavlin-Bernardić, 2006) Izbor strategija kojima su se ispitanici koristili najčešće je dovodio do točnog rezultata naročito u zadacima zbrajanja, a u zadacima oduzimanja ipak u nešto manjoj mjeri.

8. ZAKLJUČAK

Misaono računanje pokazuje se kao važan segment kako svakodnevnog života, tako i nastave. Mnoge njegove prednosti od značajne su važnosti u razvoju mnogih vještina i sposobnosti. Strategije koje se pritom koriste su raznolike, no slijednost i razdjeljivanje su ipak najzastupljenije. Izbor strategije misaonog računanja je adaptivan, ovisi o karakteristikama samog zadatka, ali i o mogućnostima i sposobnostima osobe koja ga rješava.

Ovim istraživanjem pokazalo se kako i djeca i odrasli poznaju i uspješno koriste razne strategije misaonog računanja koje su ih u velikoj mjeri dovodile do točnih rezultata. Ispitanici su uspješniji u zbrajanju nego što su u oduzimanju te za oduzimanje imaju širi spektar strategija misaonog računanja, čime se potvrđuje prva hipoteza, ali ne i druga. U oduzimanju su uspješnije odrasle osobe, uz to, širi spektar strategija više razine ponudili su upravo odrasli ispitanici.

Ovisno o obilježjima zadataka strategije se kombiniraju, to jest, ispitanici nisu uvijek dosljedni samo jednoj te istoj strategiji. Najčešće korištene strategije nedvojbeno su slijednost i razdjeljivanje. Iako je strategija slijednosti smatrana kao najvišom razinom uočenom kod djece, u ovom istraživanju djeca su je uspješno i u većini zadataka koristila, a tu se ostavlja prostora za daljnje istraživanje zbog čega je to tako – jesu li tome podučavani, ako da, kad, gdje i na koji način?

9. LITERATURA

1. Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch second grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(4), 294-323. Dostupno na: <https://www.jstor.org/stable/749464>
2. Beishuizen, M. i Anghileri, J. (1998). Which Mental Strategies in the Early Number Curriculum? A Comparison of British Ideas and Dutch Views. *British Educational Research Journal*, 24(5), 519–538. Dostupno na: <http://www.jstor.org/stable/1501557>
3. Blöte, A.; Klein, A. i Beishuizen, M. (2000). Mental Computation and Conceptual Understanding. *Learning and Instruction* 10, 221–247. Dostupno na: https://www.academia.edu/16530337/Mental_computation_and_conceptual_understanding
4. Bobis, J. i Bobis, E. (2005). The Empty Number Line: Making Children's Thinking Visible. *Making Mathematics Vital: Proceedings of the Twentieth Biennial Conference of The Australian Association of Mathematics Teachers*. Dostupno na: <https://www.researchgate.net/publication/271447200>
5. Chesney, M. (2013). Mental Computation Strategies for Addition: There's More Than One Way to Skin a Cat. *Australian Primary Mathematics Classroom* 18(1). 36 – 40. Dostupno na: <https://www.semanticscholar.org/paper/Mental-Computation-Strategies-for-Addition%3A-There%27s-Chesney/a67af30159b3d4dea774e1db691c7f4d35e0b5d2>
6. Devlin, K. (2008). *Matematički gen: Zašto ga svi imaju, ali ga većina ne rabi*. Zagreb. Algoritam.
7. Heirdsfield, A.M., Cooper, T.J. & Irons, C.J. (1999) Traditional pen-and-paper vs mental approaches to computation: the lesson of Adrien, *Australian Association for Research in Education (AARE) Conference*. Dostupno na: <http://www.aare.edu.au/99pap/hei99610.htm>
8. Howden, H. (1989). Teaching Number Sense. *The Arithmetic Teacher*, 36(6), 6–11. Dostupno na: <http://www.jstor.org/stable/41194455>
9. Jakobović, Z. (2016). *Brojevi i brojke*. Zagreb. Kiklos – krug knjige.
10. Markovac, J. (1992). *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb. Školska knjiga

11. McIntosh, A. (2005). Mental Computation: A strategies approach, Module 4 Two-digit whole numbers. University of Tasmania. Dostupno na: <http://amsi.org.au/wp-content/uploads/sites/15/2014/03/Module-4.pdf>
12. McIntosh, A. (2006). Mental computation of school-aged students: Assessment, performance levels and common errors. In 2007). *Developing and researching quality in mathematics teaching and learning. Proceedings of MADIF5, The 5th Swedish Mathematics Education Research Seminar, Malmö* (pp. 136-145). Dostupno na: <https://docplayer.net/46744039-Mental-computation-of-school-aged-students-assessment-performance-levels-and-common-errors.html>
13. McIntosh, A., i Dole, S. (2000). Mental computation, number sense and general mathematics ability-are they linked?. In *Mathematics Education Beyond 2000: Proceedings of the 23rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 401-408). Mathematics Education Research Group of Australasia Inc. 401-408. Dostupno na: <https://research.usc.edu.au/esploro/outputs/conferencePaper/Mental-computation-number-sense-and-general/99449145502621>
14. Ministarstvo znanosti i obrazovanja. 2019. *Kurikulum za nastavni predmet Matematika za osnovne škole i gimnazije u Republici Hrvatskoj*, Zagreb: Narodne novine.
15. Mittring, G. (2012). *Računati kao svjetski prvak*. Zagreb. Mozaik knjiga.
16. Musser, G. L., i Burger, W. F. (1988). *Mathematics for elementary teachers: a contemporary approach*. New York : London, Macmillan.
17. Pavlin-Bernardić, N. (2006). Modeli dječjeg odabira strategija rješavanja aritmetičkih zadataka. *Suvremena psihologija*, 9 (1/2006.), 47-61.
18. Reys, R. E. (1984). Mental Computation and estimation: Past, present and future. *Elementary School Journal*, 84, 546-557. Dostupno na: <https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/461383?journalCode=esj>
19. Reys, B. J. (1985). Mental Computation. *The Arithmetic Teacher*, 32(6), 43–46. <http://www.jstor.org/stable/41192558> Dostupno na: <https://www.jstor.org/stable/41192558>
20. Rogers, A. (2009). *Mental Computation in the Primary classroom*. St. Monica's Primary School, Moonee Ponds. Dostupno na: <https://docplayer.net/34512751-Mental-computation-in-the-primary-classroom.html>

21. Sharma, M. (2001). *Matematika bez suza*. Lekenik. Ostvarenje.
22. Siegler, R.; Shrager, J. (1984). Strategy choices in Addition and Subtraction: How Do Children Know What to Do? In Sophian C., (Ed.), *The origins of cognitive skills* (pp. 229–293). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
23. Thompson, I. (1999). Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction. Part 1. *Mathematics in School*, 28/1999 (5). Dostupno na: <https://www.academia.edu/28596964>
24. Thompson, I. (2000). Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction: Part 2. *Mathematics in School*, 29(1), 24–26. Dostupno na: <http://www.jstor.org/stable/30212066>
25. Thompson, F. I., i Smith, F. (1999). Mental calculation strategies for the addition and subtraction of 2-digit numbers. Department of Education, University of Newcastle. Dostupno na: <https://www.academia.edu/28596964>
26. Van de Walle, J. A.; Karp, K. S.; Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and Middle School Mathematics*. United States of America. Omega type Typography, Inc.

10. ŽIVOTOPIS

Ime i prezime: Ivana Selak

Osobni podaci:

Datum rođenja: 26. studenog 1999.

Mjesto rođenja: Makarska

Državljanstvo: hrvatsko

Adresa prebivališta: Ulica Mate Vladića 33H, 21 300 Makarska

Telefonski broj: 0958108151

E – mail: ivanaselak02@gmail.com

Obrazovanje:

Osnovna škola: Osnovna škola Stjepana Ivičevića, Makarska (2006. – 2014.)

Srednja škola: Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Opća gimnazija, Makarska (2014. – 2018.)

Fakultet: Sveučilište u Zadru, Odjel za izobrazbu učitelja i odgojitelja, Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij za učitelje (2018. - danas)

Ostalo:

Iskustvo rada na računalu: MS Office, Internet

Znanja stranih jezika: engleski jezik, njemački jezik

11. POPIS IUSTRACIJA

Slika 1. Prikaz zbrajanja pomoću blokova (Beishuizen, 1993: 298).....	16
Slika 2. Prikaz zbrajanja pomoću tablice brojeva do 100 (Beishuzien, 1993: 298).....	17
Slika 3. Prikaz zbrajanja na praznoj brojevnoj crti (Rogers, 2009: 193).....	18
Slika 4. Primjeri zadataka s prijelazom i bez prijelaza koristeći strategiju 1010 (Beishuizen, 1993: 297).....	23
Slika 5. Primjer zbrajanja korištenjem kompenzacije, aditivne kompenzacije i dodavanja komplementa.....	27
Slika 6. Grafički prikaz točnosti rješenja prvog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	36
Slika 7. Grafički prikaz korištenih strategija u prvom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	37
Slika 8. Grafički prikaz broja koraka u prvom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	37
Slika 9. Grafički prikaz točnosti rješenja drugog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	38
Slika 10. Grafički prikaz korištenih strategija u drugom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	39
Slika 11. Grafički prikaz broja koraka u drugom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	39
Slika 12. Grafički prikaz točnosti rješenja trećeg zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	40
Slika 13. Grafički prikaz korištenih strategija u trećem zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	40
Slika 14. Grafički prikaz broja koraka u trećem zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	41
Slika 15. Grafički prikaz točnosti rješenja četvrtog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	41
Slika 16. Grafički prikaz korištenih strategija u četvrtom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	42
Slika 17. Grafički prikaz broja koraka u četvrtom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	42

Slika 18. Grafički prikaz točnosti rješenja petog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	43
Slika 19. Grafički prikaz korištenih strategija u petom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	43
Slika 20. Grafički prikaz broja koraka u petom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	44
Slika 21. Grafički prikaz točnosti rješenja šestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	45
Slika 22. Grafički prikaz korištenih strategija u šestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	45
Slika 23. Grafički prikaz broja koraka u šestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	46
Slika 24. Grafički prikaz točnosti rješenja sedmog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	46
Slika 25. Grafički prikaz korištenih strategija u sedmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	47
Slika 26. Grafički prikaz broja koraka u sedmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	48
Slika 27. Grafički prikaz točnosti rješenja osmog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	48
Slika 28. Grafički prikaz korištenih strategija u osmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	49
Slika 29. Deskriptivni pokazatelji varijable 8S (strategija misaonog računanja korištena u osmom zadatku)	Error! Bookmark not defined.
Slika 30. Grafički prikaz broja koraka u osmom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	49
Slika 31. Grafički prikaz točnosti rješenja devetog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	50
Slika 32. Grafički prikaz korištenih strategija u devetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	51
Slika 33. Grafički prikaz broja koraka u devetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	51
Slika 34. Grafički prikaz točnosti rješenja desetog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	52

Slika 35. Grafički prikaz korištenih strategija u desetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	53
Slika 36. Grafički prikaz broja koraka u desetom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	53
Slika 37. Grafički prikaz točnosti rješenja jedanaestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	54
Slika 38. Grafički prikaz korištenih strategija u jedanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	55
Slika 39. Grafički prikaz broja koraka u jedanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	55
Slika 40. Grafički prikaz točnosti rješenja dvanaestog zadatka kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	56
Slika 41. Grafički prikaz korištenih strategija u dvanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	57
Slika 42. Grafički prikaz broja koraka u dvanaestom zadatku kod učenika (lijevo) i kod odraslih osoba (desno)	57

12. PRILOZI

Prilog 1. Roditeljska suglasnost za sudjelovanje u istraživanju



SVEUČILIŠTE
U ZADRU
UNIVERSITY
OF ZADAR

ODJEL ZA IZOBRAZBU
UČITELJA I ODGOJITELJA
DEPARTMENT OF TEACHER AND
PRESCHOOL TEACHER EDUCATION
Ulica dr. Franje Tuđmana 24 i
23000 Zadar, Hrvatska / Croatia

t: +385 23 345 043, 311 540
f: +385 23 311 540
URL: <http://www.unizd.hr>
E-MAIL: strucni.odjel@unizd.hr

Poštovani roditelji!

Za potrebe diplomskog rada Ivane Selak, studentice integriranog preddiplomskog i diplomskog učiteljskog studija Odjela za izobrazbu učitelja i odgojitelja, Sveučilišta u Zadru, provodimo istraživanje na temu *Analiza misaonih strategija zbrajanja i oduzimanja kod učenika nižih razreda osnovne škole i odraslih osoba*. Cilj ovog istraživanja je dobiti uvid u različite strategije misaonog zbrajanja i oduzimanja kod djece 3. i 4. razreda osnovne škole.

Sukladno Etičkom kodeksu struke podaci dobiveni u ovom istraživanju bit će strogo povjerljivi i čuvani. Svi izvještaji nastali na temelju ovog istraživanja konstit će rezultate koji govore o grupi djece ove dobi općenito (nigdje se neće navoditi rezultati pojedinačnog sudionika).

Dozvolu za ispitivanje dobili smo od ravnatelja škole, a u skladu s Etičkim kodeksom struke, prije ispitivanja željeli smo Vas kao roditelje obavijestiti o istraživanju i zatražiti Vašu suglasnost.

Također, Vašoj djeci ćemo pobliže objasniti svrhu ispitivanja, odgovoriti na njihova pitanja, te ih zamoliti i za njihov pristanak za sudjelovanje u istraživanju. Nakon toga, ispitivanje će se obaviti samo na onim učenicima koji su pristali sudjelovati.

Aktivnosti predviđene planom istraživanja odobrilo je Stručno vijeće Odjela za izobrazbu učitelja i odgojitelja Sveučilišta u Zadru. Ukoliko imate ikakva pitanja možete kontaktirati diplomanta/diplomanticu (Ivana Selak, ivanaselak02@gmail.com) ili mentora/icu (doc. dr. sc. Maja Cindrić, kontakt: mcindric@unizd.hr).

SUGLASNOST

Suglasan sam da moje dijete _____
(prezime i ime, razred)

sudjeluje u istraživanju, uz pridržavanje Etičkog kodeksa i uz zaštitu tajnosti podataka (molim, zaokružite DA ukoliko ste suglasni da dijete sudjeluje u istraživanju, a NE ukoliko to ne želite).

DA NE

(potpis roditelja)

(mjesto i datum)

Prilog 2. Zadaci

$24 + 33 = \underline{\quad}$



$95 - 23 = \underline{\quad}$



$13 + 78 = \underline{\quad}$



$41 - 15 = \underline{\quad}$



$91 + 108 = \underline{\quad}$



$376 - 52 = \underline{\quad}$



$473 + 74 = \underline{\quad}$



$832 - 41 = \underline{\quad}$



$128 + 311 = \underline{\quad}$



$583 - 261 = \underline{\quad}$



$276 + 308 = \underline{\quad}$



$782 - 365 = \underline{\quad}$



Prilog 3. Prijepisi intervjuja s odraslim ispitanicima

24 + 33

Ispitanik 1 (M, 23, VŠS, student): 57. *Izračunao sam 2+3, a zatim 4+3.*

Ispitanik 2 (Ž, 23, VŠS, student): 57. *24 + 3 pa još plus 30.*

Ispitanik 3 (M, 25, VŠS, student) : *To je 57. Na 33 sam dodao 4 pa još 20.*

Ispitanik 4 (Ž, 23, VŠS, medicinska sestra): 57. *To sam izračunala tako da sam prvo zbrojila jedinice pa desetice, znači 4 + 3 pa 20 + 30.*

Ispitanik 5 (Ž, 29, SSS, trgovac): 57. *Prvom broju sam dodala 30 pa na 54 oš 3 što je 57.*

Ispitanik 6 (Ž, 26, VŠS, student): 57, *pa 20 + 30 i ovdje 4 + 3 što je 7.*

Ispitanik 7 (Ž, 42, VŠS, medicinska sestra): 57, *zbrojila sam jedinice pa desetice.*

Ispitanik 8 (Ž, 25, VSS, arhitekt): *To je 57, 2+3 je 5, 4+3 je 7.*

Ispitanik 9 (Ž, 24, SSS, administrator): 57, *znamenke zadnje pa prednje sam zbrojila, znači 3 i 4, pa 3 i 2.*

Ispitanik 10 (M, 69, SSS, ekonomist): 57, *zbrojio sam prvo ove desetice pa jedinice (20 i 30 pa 4 i 3)*

Ispitanik 11 (Ž, 61, SSS, upravni referent): 57, *išla sam 4 + 3 i 2 + 3.*

Ispitanik 12 (M, 35, SSS, elektrotehničar): 57, *desetice plus desetice i jedinice plus jedinice (20 + 30, 4 + 3)*

Ispitanik 13 (M, 60, SSS, umirovljenik): 57, *na 24 sam dodao 30 što je 54 pa još 3 što je 57.*

Ispitanik 14 (Ž, 56, SSS, spremačica): 57, *prvo sam jedinice pa desetice, 4 + 3 pa 20 + 30.*

Ispitanik 15 (Ž, 18, SSS, učenik): 57, *znači 30 + 20 j3 50 i 4 + 3 je 7.*

Ispitanik 16 (Ž, 24, VŠS, arhitekt): 57, *računala sam 4 + 3 je 7 i 2 + 3 je 5.*

Ispitanik 17 (Ž, 18, SSS, učenik): 57, *prvo sam zbrajala jedinice pa desetice, 4 + 3 je 7 i 2 + 3 je 5.*

Ispitanik 18 (M, 25, VSS, ronilac): 57, *zbrajao sam desetice s deseticama pa jedinice s jedinicama i zbrojio rezultate. 20 + 30 je 50, 4 +3 je 7 i sve skupa je 57.*

Ispitanik 19 (Ž, 36, VSS, kustos pedagog): 57, *4 i 3 je 7 i 2 i 3 je 5.*

Ispitanik 20 (Ž, 48, SSS, trgovac): 57, *zbrojila sam 30 i 20 pa 3 i 4.*

Ispitanik 21 (M, 19, SSS, klesar): 57, *zbrojio sam 20 + 30 i 4 + 3.*

Ispitanik 22 (Ž, 20, SSS, student): 57, *20 + 30 je 50 i 4 + 3 je 7, znači 57.*

Ispitanik 23 (Ž, 26, VŠS,): *To je 57, 4 + 3 je 7 i 20 + 30 je 50, to zajedno je 57.*

Ispitanik 24 (Ž, 50, VŠS, domaćica): 57, 24 + 3 je 27 i plus 30 je 57.

Ispitanik 25 (Ž, 37, VSS, kustos pedagog): 57, 20 + 30 je 50 i 4 + 3 je 7 i onda je to 57.

Ispitanik 26 (Ž, 46, VSS, administrator): 67, 4 + 3 je 7 i 2 + 3 je 6 znači 24 + 33 je 67.

Ispitanik 27 (Ž, 22, VŠS, student): 57, 20 + 30 = 50 i 4 + 3 = 7 i to je 57

13 + 78

Ispitanik 1: Vidim da je na 1, znači 10+70 pa 8+3. To je 91.

Ispitanik 2: 91. 78 + 3 pa još plus 10.

Ispitanik 3: 91. Isto kao prošli put, dodao sam 3 na 78 pa zatim i 10.

Ispitanik 4: To je 91. 8+3 je 11, pamtim 1 i zbrajam 7 i 2 što je 9.

Ispitanik 5: 91. Isto kao prošli put, na 13 sam dodala 70 pa na 83 sam dodala 8 što je 91.

Ispitanik 6: 91. 10 + 70 pa 3 + 8 i zbrojila sam rezultate.

Ispitanik 7: 91, istom shemom, prvo jedinice pa desetice.

Ispitanik 8: 91, to sam računala 78 + 10 je 88 plus ova 3 je 91.

Ispitanik 9: 92, do toga sam došla isto kao i prošli zadatak (8 i 3, 7 i 1)

Ispitanik 10: 91, isto sam zbrojio prvo desetice pa jedinice (10 i 70, a onda 3 i 8)

Ispitanik 11: 91, zbrojila sam 3 + 8 što je 11, i umjesto 1 to je 2 + 7 je 9.

Ispitanik 12: 91. Ista stvar, desetice s deseticama pa jedinice s jedinicama.

Ispitanik 13: 91. Veći broj sam zbrojio s manjim, 78 + 10 je 88 i 88 + 3.

Ispitanik 14: 91, 8 + 3 je 11 i onda desetice 70 + 10 je 80.

Ispitanik 15: 91, uglavnom 70 + 10 to je 80 i 8 + 3 je 11.

Ispitanik 16: 91, prvo sam jedinice 8 + 3 je 11, pamtim 1 i 7 i taj 1 je 8 i onda 8 i 1 je 9.

Ispitanik 17: 91, 8 + 3 je 11, „pišem“ 1 i pamtim 1, 7 i 1 je 8 i onaj 1 što sam pamtila je 9.

Ispitanik 18: 91, 70 + 10 je 80, 3 + 8 je 11 i 80 + 11 je 91.

Ispitanik 19: 91, 3 i 8 je 11, 1 i 7 je 8 i jedinica od maloprije je 9.

Ispitanik 20: 91, 70 i 10 je 80, i 8 i 3 je 11.

Ispitanik 21: 91 na isti način, 10 + 70 i 3 + 8.

Ispitanik 22: 91, 10 + 70 je 80 i 3 + 8 je 11.

Ispitanik 23: 91, 3 + 8 je 11 i pamtim 1, 70 + 10 je 80 i onaj jedan što sam pamtila je 90, sve zajedno je 91.

Ispitanik 24: *To je 91, 8 + 3 je 11 i onda mi je 81 i 10 91.*

Ispitanik 25: *Ovu veću brojku prvo, 70 + 10 je 80 i onda još 8 + 3 je 11.*

Ispitanik 26: *91, 3 + 8 je 11 pišemo 1 pamtimo 1, 7 i jedan su 8 i jedan su 9.*

Ispitanik 27: *91, isto po tom principu, 10 + 70 je 80 i plus 8 i plus 3 je 91.*

91 + 108

Ispitanik 1: *Ovo zbrajam 108 + 1 pa tome dodati 90. To je 199.*

Ispitanik 2: *108 + 1 pa još 90.*

Ispitanik 3: *199. Samo sam 99 + 108, poprilično je očito.*

Ispitanik 4: *199, 8 + 1 je 9 i 100 plus 90 je 190.*

Ispitanik 5: *199. Opet isto, na 91 sam dodala 100 što je 191 i dodala sam onda još 8 što je ukupno 199.*

Ispitanik 6: *199. 108 + 1 je 109 i još onih 90 što je 199.*

Ispitanik 7: *199, prvo sam 90 i 100 pa onda 8 i 9.*

Ispitanik 8: *To je 199, 8+1 je 9, 9 je desetica i 1 stotica to je 199.*

Ispitanik 9: *198, do toga sam došla isto tako, u glavi mi je kao kad pišem. (8 i 1, 0 i 9 i onaj 1)*

Ispitanik 10: *207. Isto sam tako, desetice pa jedinice zbrojio.*

Ispitanik 11: *199, 91 sam stavila ispod ovog drugog broja i zbrajala od jedinica, 8 + 1 je 9, 0 + 9 je 9 i 1 + 0 je 1.*

Ispitanik 12: *199, na onu stoticu dodao 91 + 8 što je 99.*

Ispitanik 13: *199. Na 108 sam dodao 90 pa još 1.*

Ispitanik 14: *199, na stoticu dodala desetice pa zbrojila jedinice. (100 + 90 i 1 + 8)*

Ispitanik 15: *199, 100 + 90 je 190 i 8 + 1 je 9.*

Ispitanik 16: *199. 8 + 1 je 9, 9 + 0 je 9 i još 100, to sve je 199.*

Ispitanik 17: *199. 8+ 1 je 9, 0 + 9 je 9 i 1 + 0 je 1.*

Ispitanik 18: *To je 199, 91 + 8 je 99 i 99 + 100 je 199.*

Ispitanik 19: *199, 1 i 8 je 9, 9 i 0 je 9 i 0 i 1 je 1, jedno ispod drugoga sam zamislila.*

Ispitanik 20: *199, 108 i 90 pa 8 plus 1 je 9, vrlo lako.*

Ispitanik 21: *199, dodao sam 90 na 100 i 1 na 8.*

Ispitanik 22: *199, 90 + 100 je 190 i 1 + 8 je 9, znači 199.*

Ispitanik 23: 199 , $1 + 8$ je 9 i $100 + 90$ je 190 i to je zajedno 199 .

Ispitanik 24: 199 , sad sam ovdje $90 + 108$ što je 198 i plus 1 to je 199 .

Ispitanik 25: 199 , e sad, $100 + 90$, ja to obrnem jer mi veći ide prije, znači 190 i 9 je 199 .

Ispitanik 26: 199 , $8 + 1$ je 9 , $9 + 0$ je 9 i jedan prepisemo.

Ispitanik 27: 199 , prvo sam uzela 100 pa plus 90 plus 1 i plus 8 .

473 + 74

Ispitanik 1: To je 547 . 470 i 70 , pa $3+4$.

Ispitanik 2: 547 . Bilo je ovako, makla sam ovu trojku pa sam išla $470 + 70$, pa sam dodala 7 što sam zbrojila jedinice.

Ispitanik 3: 547 , 4 sam dodao na 473 pa onda i onih 70 .

Ispitanik 4: 547 , znači $4 + 3$ je 7 , $7 + 7$ je 14 , pamtim 1 i onda 4 i taj 1 je 5 .

Ispitanik 5: 547 . Ovdje sam na 540 dodala 70 i onda još 7 što sam zbrojila jedinice.

Ispitanik 6: 547 . Na 470 sam dodala 70 pa 7 .

Ispitanik 7: 547 , $470 + 70$ pa onda $3 + 4$.

Ispitanik 8: 547 , 4 i 3 su 7 , 7 i 7 su 14 , 4 i 1 su 5 .

Ispitanik 9: 547 , isto sam s kraja, 4 i 3 su 7 , 7 i 7 14 , pamtim 1 i 4 i taj 1 su 5 .

Ispitanik 10: 547 , opet sam s deseticama to jest stoticama pa onda jedinicama.

Ispitanik 11: 547 , i do toga sam došla isto kao ovo prije. (4 i 3 je 7 , 7 i 7 je 14 , 4 i 1 je 5)

Ispitanik 12: 547 , ovdje sam prvo jedinice, $3 + 4$, pa $7 + 7$, i 4 i taj 1 .

Ispitanik 13: 547 , $473 + 70$ pa na 543 još one 3 jedinice.

Ispitanik 14: 547 , stotice, desetice pa jedinice, $470 + 70$, i još $3 + 4$ što je 7 .

Ispitanik 15: 547 , izračunala sam tako da sam na 470 dodala 70 što je 540 i $4 + 3$ je 7 .

Ispitanik 16: 547 , $4 + 3$ je 7 , 7 i 7 je 14 i 3 i 1 je 4 . Zbrajam stotice sa stoticama, desetice s deseticama i jedinice s jedinicama.

Ispitanik 17: 547 , $4 + 3$ je 7 , $7 + 7$ je 14 , pamtim 1 i „pišem“ 4 , 4 i taj 1 što sam pamtila je 5 .

Ispitanik 18: 547 , $73 + 74$ je 147 i plus 400 je 547 .

Ispitanik 19: 547 , isto kao maloprije, jedno ispod drugoga. 4 i 3 je 7 , 7 i 7 je 14 , 1 pamtim i 4 i 1 je 5 .

Ispitanik 20: E sad ćemo vidjet, to je 547 . 470 i 70 sam zbrojila i onda 4 i 3 je 7 .

Ispitanik 21: 547, dodao sam 70 na 470 i zbrojio 3 i 4.

Ispitanik 22: 547, $470 + 70$ je 540 i $3 + 4$ je 7 što je onda 547.

Ispitanik 23: 547, 3 i 4 su 7, 7 i 7 je 14, pamtim taj 1, 400 i taj jedan je 500, zajedno je 547.

Ispitanik 24: 547, ovdje računam $4 + 3$, $7 + 7$ i $4 + 1$.

Ispitanik 25: 547, znači $470 + 70$ je 540 i plus 7 je 547.

Ispitanik 26: 547, $3 + 4$ je 7, $7 + 7$ je 14 pamtimo 1 i to je 547.

Ispitanik 27: 547. Tu sam izračunala $470 + 70$ što je 540 i $3 + 4$ i to je 547.

128 + 311

Ispitanik 1: To je 439. Ovo zbrajam po mjesnim vrijednostima – 1 i 3, 2 i 1, 8 i 1.

Ispitanik 2: 439. Ovako sam $128 + 1$, pa plus 10 pa plus 300.

Ispitanik 3: 439, 8 na 311 pa 100 tih 319 i onda 20 na 419.

Ispitanik 4: 439. $1 + 8$ je 9, $1 + 2$ je 3 i $3 + 1$ je 4.

Ispitanik 5: 439. Na 128 sam dodala 300 pa 11.

Ispitanik 6: 439, na 100 sam dodala 300 što je 400 na koje sam dodala 30 pa na tih 439 sam dodala i onih 9 jedinica.

Ispitanik 7: 439, 300 na 128 pa onda na to još 11.

Ispitanik 8: 439, znamenku sam po znamenku, 1 i 3 su 4, 2 i 1 su 3 i 8 i 1 je 9.

Ispitanik 9: 439, isto sam znamenku po znamenku s kraja.

Ispitanik 10: 439, isto sam kao i do sad, zbrajao sam stotice sa stoticama, desetice s deseticama i jedinice s jedicama (100 i 300, 20 i 10 pa 8 i 1).

Ispitanik 11: 439. Isto sam kao prije. (1 i 8 je 9, 1 i 2 je 3, 3 i 1 je 4)

Ispitanik 12: 439, unazad, jedinice pa desetice pa stotice ($8 + 1$, $2 + 1$ i $1 + 3$).

Ispitanik 13: 439, stotice, desetice pa jedinice – $100 + 300$, $20 + 10$ i $8 + 1$.

Ispitanik 14: 439, stotice, desetice pa jedinice, znači $100 + 300$, $20 + 10$ i $8 + 1$.

Ispitanik 15: 439. 310 i 120 je 440 i još 8 i 1 je 9.

Ispitanik 16: 439, $8 + 1$ je 9, $2 + 1$ je 3 i $3 + 1$ je 4.

Ispitanik 17: 439, opet svaki sa svakim, $8 + 1$ je 9, $2 + 1$ je 3 i $3 + 1$ je 4.

Ispitanik 18: 449, $100 + 300$ je 400, $20 + 10$ je 30 i $8 + 1$ je 9.

Ispitanik 19: 439, isto sam kao maloprije, školski, 8 i 1 je 9, 2 i 1 je 3, 1 i 3 je 4.

Ispitanik 20: 439. Isto tako, zbrajam najprije stotice i desetice pa jedinice.

Ispitanik 21: 439, 100 + 300 i 28 + 11.

Ispitanik 22: To je 439, 300 + 100 je 400, 28 i 11 je 39.

Ispitanik 23: 439, 8 + 1 je 9, 2 + 1 je 3 i 3 + 1 je 4. To je sve zajedno 439.

Ispitanik 24: 439, 1 + 8, 1 + 2 i 3 + 1, sve posebno.

Ispitanik 25: To je 439, 100 i 300 je 400, 20 i 10 je 30 i 8 i 1 je 9.

Ispitanik 26: 439, 8 + 1 je 9, 2 + 1 je 3, 1 + 3 je 4.

Ispitanik 27: 439, znači 300 + 100 je 400, 20 + 10 je 30, 8 + 1 je 9.

276 + 308

Ispitanik 1: 300 i 200 je 500, 76 i 8 je 84.

Ispitanik 2: 584. 576 + 8 pa još 300.

Ispitanik 3: 584. Dodao sam 6 na 308, pa 70 na 314 i onda 200 na 384.

Ispitanik 4: 582. 6 + 8 je 12, pamtim 1, 0 + 7 je 7 i onaj 1 je 8, i 2 + 3 je 5. To je to.

Ispitanik 5: 584. Opet sam na 270 prvo dodala 300 pa na tih 570 još onih 14.

Ispitanik 6: 584, 300 + 200 pa sam na to dodala 76 pa 8.

Ispitanik 7: 584, 200 + 300 pa 76 + 8.

Ispitanik 8: 584, znači 8 i 6 su 14, 4 „pišem“ pamtim 1, 1 i 7 su 8, 3 i 2 su 5.

Ispitanik 9: 584, 8 i 6 je 14, pamtim 1, 7 i 1 je 8 i 2 i 3 su 5.

Ispitanik 10: 584. Opet sam prvo sa stoticama pa deseticama i na kraju jedinicama računao.

Ispitanik 11: 584, opet sam isto radila, 8 i 6 je 14, to je 4 i onda 7 i 1 je 8, i na kraju 3 i 2 je 5.

Ispitanik 12: 584, računao sam na način da sam prvo zbrojio 300 + 200 i 76 + 8.

Ispitanik 13: 584, 276 + 300 i onda plus 8.

Ispitanik 14: 584, stotice sa stoticama, desetice s deseticama i jedinice s jedinicama. 200 i 300 je 500, 70 i 0 je 70 i 6 i 8 je 14, pa onda nije 574 nego 584.

Ispitanik 15: 584. 270 i 300 je 570 i 8 i 6 je 14 i tu patim 1.

Ispitanik 16: 584, opet isto. 6 + 8 je 14, 1 pamtim, 7 i 1 je 8 i onda 2 i 3 je 5.

Ispitanik 17: 584, 8 i 6 je 14, „pišem“ 4 i pamtim 1, 7 + 0 je 7 i onaj 1 što sam pamtila je 8 i na kraju 3 + 2 je 5.

Ispitanik 18: 584, 200 + 300 je 500 i 76 + 8 je 84 i 500 + 84 je 584.

Ispitanik 19: 584, isto sam od iza računala.

Ispitanik 20: 584, ista stvar, stotice, desetice i jedinice.

Ispitanik 21: 584, ide $300 + 200$ pa $76 + 8$

Ispitanik 22: 584, $200 + 300$ je 500 i 76 i 8 je 84.

Ispitanik 23: 584, $6 + 8$ je 14, pamtim 1, $70 + 0$ je 70 i onaj jedan što sam pamtila je 80 i $200 + 300$ je 500. Zajedno je 584.

Ispitanik 24: 584, $8 + 6$, 7 i onaj 1 su $8 + 2 + 3$ je 5.

Ispitanik 25: 584, 270 i 300 je 570, 8 i 6 je 14 i to plus 570 je 584.

Ispitanik 26: 584. $6 + 8$ je 14 pišemo 4 pamtimo 1, $7 + 0$ je 7 pa plus 1 je $8 + 2 + 3$ je 5 i to je 584, ja zbrajam i oduzimam na jednak način kao i kad pišem.

Ispitanik 27: 584, isto $200 + 300 + 70 + 6 + 8$.

95 – 23

Ispitanik 1: 72. 95 -20 pa još minus 3.

Ispitanik 2: 72. 95 -20 pa minus 3.

Ispitanik 3: 72. Od 95 sam oduzeo prvo 3 pa onda 20.

Ispitanik 4: To je 72, od 5 sam oduzela 3 što je 2, a onda od 9 sam oduzela 2 i dobila 7.

Ispitanik 5: 72, od 95 sam oduzela 20 što je 75 pa još 3.

Ispitanik 6: 72, od 95 sam oduzela 3 pa 20.

Ispitanik 7: 72, na način $90 - 20$ pa $5 - 3$.

Ispitanik 8: 72, od 3 do 5 je 2 i od 2 do 9 je 7.

Ispitanik 9: 72, opet sam znamenku minus znamenku, ali krenula sam s lijeve strane ($9 - 2$ i $5 - 3$)

Ispitanik 10: 72. To sam podvlačenjem drugog broja, onako kao da sam pisano išao pa ide $5 - 3$ i onda $9 - 2$.

Ispitanik 11: 72. Oduzimala sam tako da sam od 5 oduzela 3, a onda od 9 sam oduzela 2.

Ispitanik 12: 72, od 95 sam oduzeo 20 pa onda od toga još 3.

Ispitanik 13: 72. $95 - 20$ pa onda minus 3.

Ispitanik 14: 72, $95 - 20$ pa minus 3.

Ispitanik 15: 72, $90 - 20$ je 70 i $5 - 3$ je 2.

Ispitanik 16: 72, $5 - 3$ je 2 i $9 - 2$ je 7.

Ispitanik 17: 72, pa $5 - 3$ je 2 i $9 - 2$ je 7.

Ispitanik 18: To je 72, $90 - 20$ je 70, $5 - 3$ je 2 i onda je $70 + 2$ jednako 72.

Ispitanik 19: 72, do toga sam došla tako da sam od 5 oduzela 3 i od 9 oduzela 2.

Ispitanik 20: 72, najprije $90 - 20$ pa onda $5 - 3$.

Ispitanik 21: 72, oduzeo sam $90 - 20$ i zatim $5 - 3$.

Ispitanik 22: 72, $90 - 20$ je 70 i $5 - 3$ je 2.

Ispitanik 23: 72, $5 - 3$ je 2 i $90 - 20$ je 70.

Ispitanik 24: 72, 5 manje 3 i 9 manje 2.

Ispitanik 25: 62, $90 - 20$ je 70 i minus 8, ili ti ga minus 5 pa minus 3, je 62.

Ispitanik 26: 72. Ja s brojem oduzimam jedinicu deseticu pa stoticu, $5 - 3$ je 2 i 9 manje 2 je 7 što je jednako 72 - znači 95 manje 23 je 72.

Ispitanik 27: 72, ovo je $95 - 20$ što je 75, onda $75 - 3$ je 72.

41 – 15

Ispitanik 1: 26. $41 - 10$ pa minus 5.

Ispitanik 2: 26. $40 - 15$ pa plus 1.

Ispitanik 3: 26. Oduzeo sam prvo 10 pa onda 5.

Ispitanik 4: To je 26. $11 - 5$ je 6 i $4 - 1$ i onaj 1 što sam pamtila je 2.

Ispitanik 5: 26. Od 40 sam oduzela 14, to je jednostavno.

Ispitanik 6: 26. To sam oduzela prvo 5 pa onda 10.

Ispitanik 7: 26, $40 - 10$ pa onda $11 - 5$ je 6.

Ispitanik 8: 26. 5 do 1 (odnosno 11) je 6 i to je onda od 2 do 4 je 2.

Ispitanik 9: 36. $11 - 5$ je 6 i $40 - 10$ je 30.

Ispitanik 10: 36. Opet sam išao kao pisani postupak, s kraja.

Ispitanik 11: 26. Znači 11, od 41 sam uzela 10 pa mi je onda 11 manje 5 i ostalo mi je 30, 30 manje 10 je 20.

Ispitanik 12: 26, $41 - 10$ je 31 i $31 - 5$ je 26.

Ispitanik 13: To je 26, $41 - 10$ je 31 i $31 - 5$ je 26.

Ispitanik 14: 26, od 41 sam oduzela 10 pa onda od toga još 5.

Ispitanik 15: 26, znači $40 - 10$ je 30, od čega sam oduzela još 5 je 25 tu mi je ostala ova 1 koju dodajem onda.

Ispitanik 16: 26, $11 - 5$ je 6, pamtim 1 i $4 - 2$ je 2.

Ispitanik 17: 26, znači $11 - 5$ je 6, pamtim 1 i $4 - 1$ je 3 i onaj 1 što sam pamtila je 2.

Ispitanik 18: To je 26, $40 - 10$ je 30, $1 - 5$ je -4 i $30 + (-4)$ je 26.

Ispitanik 19: Rješenje je 26, to je $11 - 5$ je 6, $3 - 1$ je 2.

Ispitanik 20: To je 26, $41 - 10$ i onda oduzmem ovu peticu.

Ispitanik 21: 26, $41 - 5$ je 36 i onda minus 10.

Ispitanik 22: To je 26, znači $41 - 10$ je 31 i onda 31 manje 5 je 26.

Ispitanik 23: 26, $11 - 5$ je 6, pamtim 1, $40 - 10$ je 30 pa minus 10 što sam pamtila je 20 i na kraju je to 26.

Ispitanik 24: 27, $41 - 10$ pa onda još minus 5.

Ispitanik 25: 24, $40 - 10$ je 30 i minus ovih 6 je 24.

Ispitanik 26: 26, znači 1 manje 5 ne može pa onda $11 - 5$ je 6, pamtimo jedinicu, $4 - 1$ je 3 i manje 1 je 2, znači 26.

Ispitanik 27: 26, znači $41 - 10$ je 31 i minus 5 je 26.

376 – 52

Ispitanik 1: 324. Krenuo sam od 52, 8 mi treba do 60, do 70 još 10, pa sam dodao još 6, to sve je 24, i treba mi još 300 to je 324.

Ispitanik 2: 324. Od 376 oduzela sam prvo 50 pa onda 2.

Ispitanik 3: 324, samo mi je došlo tako.

Ispitanik 4: 324, $6 - 2$ je 4, $7 - 5$ je 2 u $3 - 0$ je 3.

Ispitanik 5: 324. Od 376 sam oduzela 50, onda od 326 još 2.

Ispitanik 6: 324. $52 + 8$ je 60, pa sam na to dodala 16 što je 76 i još 300.

Ispitanik 7: 324, od 370 sam oduzela 50 pa $6 - 2$.

Ispitanik 8: 324, 300 ostaje, kako je 76 veće od 52, onda sam oduzela $7 - 5$ je 2 i $6 - 2$ je 4.

Ispitanik 9: 324, Isto sam računala od prvog broja, $370 - 50$ je 320 i $6 - 2$ je 4.

Ispitanik 10: 324. $6 - 2$ je 4, $7 - 5$ je 2 i $3 - 0$ je 3, to je onda 324.

Ispitanik 11: 324. 6 manje 2 je 4, 7 manje 5 je 2 i imam ovu 3.

Ispitanik 12: 324, od 376 oduzimam 50 pa onda 2.

Ispitanik 13: 324. 376 – 50 je 326 i 326 – 2 je 324.
Ispitanik 14: 324. Od 376 oduzimam 50 pa 2.
Ispitanik 15: 324, 370 – 50 je 320, 6 – 2 je 4.
Ispitanik 16: 324, 6 – 2 je 4, 7 – 5 je 2 i 3 – 0 je 0.
Ispitanik 17: 324, 6 – 2 je 4, 7 – 5 je 2 i ovaj 3.
Ispitanik 18: 324, 76 – 52 je 24 i 300 + 24 je 324.
Ispitanik 19: 324, isto od iza, 6 – 2 je 4, 7 – 2 je 5 i 3 – 0 je 3.
Ispitanik 20: 324, 376 minus desetice pa jedinice.
Ispitanik 21: 324, oduzeo sam 76 – 52.
Ispitanik 22: 324, 376 – 52 je 324, oduzela sam 76 – 52.
Ispitanik 23: 324, 6 – 2 je 4, 7 – 5 je 2 i 300 na to je 324.
Ispitanik 24: 324. 6 manje 2, 7 manje 5 i ona trojka.
Ispitanik 25: To je 312, 370 – 50 je 320 i onda minus 8 je 312.
Ispitanik 26: 323, 6 manje 2 je 3, 7 manje 5 je 2 i prepisemo 3.
Ispitanik 27: 324, znači 376 – 50 je 326 i 326 – 2 je 324.

832 – 41

Ispitanik 1: 791. Od 832 oduzimam 32, pa još 9.
Ispitanik 2: 791. 832 – 30 pa minus 10 pa minus 1.
Ispitanik 3: 791, oduzeo sam prvo 40 pa 1.
Ispitanik 4: 791. Od 832 sam oduzela 40 što je 792 i minus 1 je 791.
Ispitanik 5: To je 791, a izračunala sam na način da sam opet od prvog broja 832 oduzela desetice pa jedinice.
Ispitanik 6: 791. Od 832 sam oduzela 32 pa 9.
Ispitanik 7: 791, 832 – 40 pa minus 1.
Ispitanik 8: 791. 1 do 2 je 1, 4 do 13 je 9, pamtim 1 i 1 do 8 je 7.
Ispitanik 9: 791, 8 manje 1 je 7, sad je 13 manje 4 je 9 i 2 manje 1 je 1.
Ispitanik 10: 799, opet sam zamislio pisani postupak i krenuo od jedinica.
Ispitanik 11: 791, na isti način sam. 2 manje 1 je 1, 13 manje 4 je 9, 8 manje 1 je 7.
Ispitanik 12: 791, od 832 sam oduzeo prvo 40 što je 792 i minus 1 je 791.

Ispitanik 13: 791, 832 – 40 je 792 i onda minus 1 što je 791.

Ispitanik 14: 791, 832 – 40 pa minus 1.

Ispitanik 15: 791, 830 – 40 je 790 i 2 – 1 je 1.

Ispitanik 16: 791, 2 – 1 je 1, 13 – 4 je 9, pamtim 1,8 – 1 je 7.

Ispitanik 17: 791, 2 – 1 je 1, 13 – 4 je 9, pamtim 1, 8 – 1 što sam pamtila je 7.

Ispitanik 18: To je 791, na način da sam 30 – 40 je -10 i na to dodam 1 je -9 i plus 800 je 791.

Ispitanik 19: 791, i ovo sam od iza, 2 – 1 je 1, 3 – 4 je 9 i 8 – 1 je 7.

Ispitanik 20: 791, 832 – 40 i onda minus 1.

Ispitanik 21: 791, oduzeo sam 32 – 41 i onda umanjio 800 za to.

Ispitanik 22: To je 791, 832 manje 40 je 792 i manje 1 je 791.

Ispitanik 23: To je 791, 2 – 1 je 1, 13 – 4 je 9 i 800 manje onaj jedan što sam pamtila je 700, sve zajedno je onda 791.

Ispitanik 24: 791. Isto, 2 – 1, 13 manje 4 je 9 i 800 je onda 700.

Ispitanik 25: 787. 830 – 40 je 790 i minus 3 je 787.

Ispitanik 26: 791, 2 manje 1 je 1, 13 manje 4 je 9 pamtimo 1, 8 manje 1 je 7.

Ispitanik 27: 791, ovo je 832 minus 40 što je 792 pa minus 1 je 791.

583 – 261

Ispitanik 1: 322. Ovdje mi se poklapaju brojevi. To je 500 – 200, 80 – 60 i 3 – 1.

Ispitanik 2: 322. Znači ovako, 583 – 60, pa minus 1 pa još minus 200.

Ispitanik 3: 322. Oduzeo sam 1, pa 200 pa 60.

Ispitanik 4: 322. 3 – 1 je 2, 8 – 6 je 2 i 5 – 2 je 3.

Ispitanik 5: 322 na način da sam od 583 oduzela 200 što je 383 i onda 61.

Ispitanik 6: 322. Od 583 sam oduzela 200 pa 60 pa 1.

Ispitanik 7: 322, pa 500 – 200 zapravo stotice sam oduzela pa desetice pa jedinice na kraju.

Ispitanik 8: 322. To sam samo oduzimala znamenku po znamenku jer su umanjjenikove veće od umanjiteljevih.

Ispitanik 9: 322, isto ovako sam. 5 – 2 je 3, 8 – 6 je 2 i 3 – 2 je 1.

Ispitanik 10: 322. Opet sam na isti način, zamislio sam pisani postupak i krenuo od jedinica.

Ispitanik 11: 322, na isti način. 3 manje 1, 8 manje 6 i 5 manje 2.

Ispitanik 12: 322, 583 – 200 je 383, 383 – 61 je 322.
Ispitanik 13: 322, 583 – 260 je 323 i 323 – 1 je 322.
Ispitanik 14: 322, 583 – 260 je 323 i minus 1 je 322.
Ispitanik 15: 322, 580 – 260 je 220 i 3 – 1 je 2.
Ispitanik 16: 322, to je 3 – 1 je 2, 8 – 6 je 2 i 5 – 2 je 3.
Ispitanik 17: 322, 3 – 1 je 2, 8 – 6 je 2 i 5 – 2 je 3.
Ispitanik 18: To je 322, 3 – 1 je 2, 80 - 60 je 20 i 500 – 200 je 300.
Ispitanik 19: 322, isto sam i do toga došla, 3 – 1 je 2, 8 – 6 je 2 i 5 – 2 je 3.
Ispitanik 20: 322, najprije sam 500 – 300, pa mi ostane 380 – 60 što je 320 i 3 – 1 je 2 što je 322.
Ispitanik 21: 322, oduzeo sam 500 i 200 i onda 80 i 60 pa 3 i 1.
Ispitanik 22: 322, znači prvo sam 583 manje 200 to je 383, onda manje 61 je 322.
Ispitanik 23: 322, 3 – 1 je 2, 8 – 6 je 2 i 500 – 200 je 300.
Ispitanik 24: 322, 3 manje 1, zatim 8 manje 6 i 5 manje 2.
Ispitanik 25: 317, 580 – 260 je 320 i minus 3 je 317.
Ispitanik 26: 322, 3 manje 1 je 2, 8 manje 6 je 2 i 5 manje 2 je 3 - to je 322.
Ispitanik 27: 322, 500 – 200 je 300, 80 – 60 je 20 i 3 – 1 je 2, znači 322.

782 – 365

Ispitanik 1: 417. 700 – 300 i došao sam do 400, i onda 82 – 60 je 22 pa minus 5 je 17.
Ispitanik 2: To je 417. 82 – 65, pa onda 700 – 300 i kombinirala sam rezultate.
Ispitanik 3: 417, oduzeo sam 5 pa 300 pa 60.
Ispitanik 4: To je 417. 12 – 5 je 7, 8 – 6 je 2 i minus onaj 1 je 1 i na kraju 7 – 3 je 4.
Ispitanik 5: 417. Od 782 sam oduzela 300 pa 60 pa 2.
Ispitanik 6: 417. od 782 sam oduzela 300 pa 60 pa 5, kao i prije.
Ispitanik 7: 417, na isti način kao prošli put.
Ispitanik 8: 417. 5 do 12 je 7, pamtim 1, 7 do 8 je 1 i 3 do 7 je 4. Znači 4 1 7 (417).
Ispitanik 9: 416, a isto tako sam oduzimala, ali kad oduzimam 2 gledam kao 12 pa mi nije 8 nego 7, onda ide 7 – 3 je 4, 7 – 6 je 1 i 12 – 5 je 7. Bila sam krivo izračunala.

Ispitanik 10: 779, na isti način kao i do sad sam oduzimao, od jedinica prema stoticama zamišljajući potpisivanje.

Ispitanik 11: 417. 12 manje 5 je 7, 8 manje 7 je 1 i 7 manje 3 je 4.

Ispitanik 12: 417, 782 – 300 pa minus 65.

Ispitanik 13: 417, 782 – 300 je 482, 482 – 65 je 417.

Ispitanik 14: 417, 782 – 300 pa tih 482 – 65.

Ispitanik 15: 417, 780 – 360 je 420 i ova 2, što gledam kao 12, minus 5 je 7.

Ispitanik 16: 517, opet isto, 12 – 5 je 7, 8 – 7 je 1 i 7 – 3 je 4. Pogriješila sam prvi put.

Ispitanik 17: 417, 12 – 5 je 7, 8 – 6 je 2 i minus 1 što pamtim je 1 i 7 – 3 je 4.

Ispitanik 18: To je 417, 700 – 300 je 400, 80 – 60 je 20 i 2 – 5 je -3 i sve zajedno je 417.

Ispitanik 19: 417, isto tako, 12 – 5 je 7, 8 – 1 je 7 i 7 – 3 je 4.

Ispitanik 20: 417, najprije sam 700 – 300 ostane mi 482 pa to minus 60 što je 422 i onda minus 5.

Ispitanik 21: 417, oduzeo sam 12 – 5, pa 70 – 60 i onda 700 – 300.

Ispitanik 22: 417, znači 782 manje 300 je 482, onda to manje 65 je 422.

Ispitanik 23: 417, 12 – 5 je 7, pamtim 1, 80 – 60 je 20 i oduzmem jedan koji sam pamtila i to je 10, i 700 – 300 je 400.

Ispitanik 24: 417, 12 manje 5 je 7, 8 manje 7 je 1 i 7 manje 3.

Ispitanik 25: 413, 700 – 300 je 400, 80 – 60 je 20 i minus ovih 7 je 413. Prvo stotice pa desetice pa jedinice.

Ispitanik 26: 417. 12 manje 5, znači najprije jedinicu, 2 manje 5 ne može pa onda 12 manje 5 je 7 i pamtimo 1, 8 manje 6 je 2 i manje 1 je 1 i 7 manje 3 je 4.

Ispitanik 27: 417, 782 – 360 i onda još ovih 5.