

# Mogućnosti primjene ekonofizike u praksi

---

Šimunov, Nino

Master's thesis / Diplomski rad

2019

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University of Zadar / Sveučilište u Zadru**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:162:531346>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-05**



**Sveučilište u Zadru**  
Universitas Studiorum  
Jadertina | 1396 | 2002 |

Repository / Repozitorij:

[University of Zadar Institutional Repository](#)



zir.nsk.hr



DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJI

Sveučilište u Zadru

Odjel za ekonomiju  
Diplomski sveučilišni studij menadžmenta



Zadar, 2019.

Sveučilište u Zadru  
Odjel za ekonomiju  
Diplomski sveučilišni studij menadžmenta

Mogućnosti primjene ekonofizike u praksi

Diplomski rad

Student/ica:

Nino Šimunov

Mentor/ica:

Doc.dr.sc. Mladen Rajko

Zadar, 2019.



## Izjava o akademskoj čestitosti

Ja, **Nino Šimunov**, ovime izjavljujem da je moj **diplomski** rad pod naslovom **Mogućnosti primjene ekonofizike u praksi** rezultat mojega vlastitog rada, da se temelji na mojim istraživanjima te da se oslanja na izvore i radove navedene u bilješkama i popisu literature. Ni jedan dio mojega rada nije napisan na nedopušten način, odnosno nije prepisan iz necitiranih radova i ne krši bilo čija autorska prava.

Izjavljujem da ni jedan dio ovoga rada nije iskorišten u kojem drugom radu pri bilo kojoj drugoj visokoškolskoj, znanstvenoj, obrazovnoj ili inoj ustanovi.

Sadržaj mojega rada u potpunosti odgovara sadržaju obranjenoga i nakon obrane uređenoga rada.

Zadar, 10 lipnja 2019.



1. UVOD.....	3
1.1. Ciljevi i svrha istraživanja.....	4
1.2. Istraživačka pitanja.....	4
1.3. Metodologija istraživanja.....	5
1.4. Hipoteza rada.....	5
1.5. Struktura rada.....	5
2. OSNOVE EKONOFIZIKE.....	7
2.1. Definicija pojma ekonofizike.....	7
2.2. Povijest ekonofizike.....	9
2.2.1. Interakcija fizike i ekonomije u prošlosti.....	9
2.2.2. Pioniri ekonofizičke misli.....	10
2.2.3. Revolucija 1990-ih godina.....	12
2.3. Institucionalizacija ekonofizike.....	12
2.4. Usporedba ekonofizike s financijskom ekonomijom.....	14
3. PRIMJENA EKONOFIZIKE U PRAKSI.....	16
3.1. Hipoteza učinkovitog tržišta.....	17
3.1.1. Martingale.....	18
3.1.2. Idealizirani sustav - analogija s fizikom.....	19
3.2. Dionice i distribucije vjerojatnosti.....	19
3.2.1. Gaussova distribucija.....	21
3.2.2. Lognormalna distribucija.....	23
3.2.3. Stabilni Levyjev proces.....	25
3.3. Financijski vremenski nizovi.....	27
3.3.1. Stilizirane empirijske činjenice.....	28
3.3.2. Značenje vremena u stiliziranim činjenicama.....	30
3.3.3. Ekonofizički argument za financijske vremenske nizove.....	30
3.4. Modeli bazirani na agentima.....	31
3.4.1. Modeli nulte inteligencije.....	33
3.4.2. Ekonofizičko modeliranje narudžbi.....	34
3.5. Financijski slomovi.....	36
3.6. Statistička mehanika novca, bogatstva i dohotka.....	38
3.6.1. Statistička mehanika distribucije novca.....	39
3.6.2. Statistička mehanika distribucije bogatstva.....	46
3.6.3. Teoretski modeli distribucije dohotka.....	47

3.6.4. Ostale mogućnosti primjene statističke mehanike u ekonomiji.....	48
4. MOGUĆNOSTI DALJNJEG RAZVOJA EKONOFIZIKE.....	50
4.1. Snage i slabosti ekonofizike.....	50
4.1.1. Snage.....	50
4.1.2. Slabosti i kritike.....	54
4.2. Prijedlozi za daljni razvoj ekonofizike.....	56
5. ZAKLJUČAK.....	59
6. LITERATURA.....	61

## 1. UVOD

Fizika je fundamentalno empirijska znanost; ne prihvaća teorije i objašnjenja ako nisu dokazana eksperimentalnim metodama. Često nije nužno da se napredak u teorijskoj i eksperimentalnoj fizici odvija istodobno pošto jedan oblik razvoja vodi drugome. Zbog toga je važno da uspjeh pojedine grane ovisi o paralelnom razvoju druge, odnosno da postoji slaganje između teoretskih prognoza i objašnjenja s eksperimentalnim opažanjima i rezultatima.

Ovakav scenarij se uvelike razlikuje od društvenih znanosti poput ekonomije. Posljedice nekih ekonomskih teorijskih modela se tek mogu raspoznati nakon dugo vremena, a ponekad se ne mogu uopće verificirati zbog manjka empirijskih podataka. Osim toga, ekonomisti se često ne slažu oko pozadinskih pretpostavki u svojim modelima, a kao negativna posljedica ishodi njihovih teorija znaju znatno odstupati od stvarnih opažanja (Sharma et al., 2011).

Ključna razlika između prirodnih znanosti (poput fizike) i društvenih znanosti (poput ekonomije) je relativna uloga pojmova, jednadžbi i empirijskih podataka. Klasična ekonomija je izgrađena na vrlo jakim pretpostavkama koje brzo postaju aksiomi - primjerice racionalnost ekonomskih agenata, nevidljiva ruka i tržišna učinkovitost. Fizičari su, s druge strane, oduvijek skeptični prema aksiomima i modelima. Ako empirijsko opažanje nije konzistentno s modelom isti mora biti odbačen ili izmijenjen, čak iako je konceptualno lijep ili matematički konvencionalan (Rasekhi & Shahrazi, 2012). Nažalost, takve zdrave znanstvene revolucije još nisu poduzete u ekonomiji, gdje su se pojedine ideje učvrstile u dogme.

Ekonomija je znanstvena disciplina koja se, između ostalog, bavi ljudskim ponašanjem raspodjele resursa, proizvodnje, distribucije te potrošnje dobara i usluga. Dakle, ekonomija je obično tretirana kao društvena znanost. Ipak, na određeni način slična je prirodnim znanostima. Iako se pretežno bavi ljudskim odlukama, ponekad kolektivno ljudsko ponašanje može biti opisano determinističkim procesom na statistički način (Rasekhi & Shahrazi, 2012).

Ekonofiziku možemo shvatiti kao svojevrsni most između fizike koja je prirodna znanost i ekonomije koja je društvena znanost. Pitanje “kako je tržište dionica slično jezgri atoma” konzervativnom fizičaru može zvučati kao šala, ali to zasigurno nije ekonofizičaru koji nastoji primijeniti uspješne metode iz fizike u rješavanje ekonomskih problema (Sharma et al., 2011). Metode i alati iz fizike su postali izrazito uspješni u pristupanju problemima iz ekonomije.



Obrazovanje i obuka fizičara, koji se sastoje od stjecanja matematičkih znanja, pouzdanog rada na računalima i obrađivanja izuzetno velikog broja podataka, mogu unijeti novi red u ekonomiju i sanirati eventualnu nepouzdanost.

Pitanje postoje li univerzalne metode znanstvenog istraživanja koje se jednako primjenjuju na prirodu i društvo bilo je jedno od primarnih u umovima ekonomista koji su postavili mnoge temelje suvremene kvantitativne ekonomske teorije krajem 19. stoljeća. U ovom radu će se nanovo otvoriti to pitanje te će se kroz primjere iz ekonofizike pokušati dati zadovoljavajuće odgovore. Najviše pažnje bit će pridano mogućnostima primjene ekonofizike u praksi te će se istražiti ima li ova nova interdisciplinarna znanost potencijal kao budućnost ekonomske prakse.

### **1.1. Ciljevi i svrha istraživanja**

Ciljevi istraživanja se mogu formulirati u vidu:

1. Prikaza osnovnih mogućnosti primjene ekonofizike u praksi
2. Ispitivanja opravdanosti i učinkovitosti upotrebe razmišljanja iz fizike za rješavanje problema u ekonomiji
3. Detaljnog obrađivanja različitih ekonofizičkih metoda za rješavanje problema iz ekonomske prakse
4. Isticanja prednosti i nedostataka korištenja ekonofizike u praksi
5. Osvrta na budućnost ekonofizike kao relativno mlade interdisciplinarne znanosti
6. Utvrđivanja imaju li ekonomija i fizika sličnosti te mogu li koegzistirati kroz jednu znanstvenu disciplinu

Svrha istraživanja je otkriti kako se ekonofizika može koristiti u praksi te da li je zaista uspješna u rješavanju specifične ekonomske problematike.

### **1.2. Istraživačka pitanja**

Detaljnim pregledom stručne literature postavljena su sljedeća istraživačka pitanja na koja je ovim radom potrebno odgovoriti.

1. Na koje načine se ekonofizika može koristiti u ekonomskoj praksi?
2. Koja ekonomske probleme ova interdisciplinarna znanost obuhvaća u svom djelovanju?
3. Kako je nastala ekonofizika i zbog kojih manjkavosti klasične ekonomije?

4. Koji specifični alati i metode iz fizike se mogu koristiti za rješavanje problema iz ekonomije?
5. Koje su sličnosti između ekonomije i fizike?
6. Ima li ekonofizika budućnost kao znanost?

### **1.3. Metodologija istraživanja**

U ovom radu primijenit će se sljedeće metode istraživanja: metoda analize, metoda sinteze, metoda indukcije, metoda komparacije, metoda kompilacije, metoda modeliranja, metoda deskripcije, statistička metoda te matematička metoda. U cilju formuliranja zaključaka prikupit će se i proučiti znanstveni članci i druga znanstvena, znanstveno-stručna i stručna djela. Induktivnom metodom će se na temelju svake pojedine metode primjene ekonofizike u praksi pokušati donijeti zaključak o općim načelima primjene ekonofizike. Metodama analize i sinteze će se prikazati osnovni ekonomski problemi koji su pogodni za rješavanje putem alata iz fizike. Metodom deskripcije, komparacije i kompilacije će se opisati stupanj korištenja ekonofizike u dosadašnjoj ekonomskoj praksi kao i stvoriti pozadina na odgovor na pitanje ima li ekonofizika budućnost. Kao možda i ključne metode u radu primijenit će se metoda modeliranja, statistička metoda i matematička metoda koje su svojstvene prirodnim znanostima, a u ovom radu će poslužiti kako bi se ekonofizika kao interdisciplinarna znanost približila rješavanju problema iz ekonomije.

### **1.4. Hipoteza rada**

Osnovna hipoteza ovog diplomskog rada je da se korištenjem ekonofizike u ekonomskoj praksi uspješno mogu rješavati razni zanimljivi ekonomski problemi. Samim time se kao sekundarna ideja nameće i opravdanost postojanja ove interdisciplinarne znanosti, kao i angažiranost oko nje u posljednjih dvadesetak godina.

### **1.5. Struktura rada**

Rad je strukturiran u nekoliko poglavlja. Nakon uvodnog dijela, slijedi poglavlje o osnovama ekonofizike koje će detaljno opisati ovu interdisciplinarnu znanost. U njemu je opisana definicija ekonofizike, njeno značenje i uloga, a poseban osvrt je dan na povijesni pregled nastanka i razvoja ove još uvijek mlade znanosti. U posljednjem podpoglavlju ekonofizika će se usporediti sa financijskom ekonomijom i time će se postaviti temelj za konkretnu analizu

najvažnijeg područja kojim se ekonofizika bavi - financija. Najdetaljnije i najopsežnije poglavlje bit će treće u kojem će se prikazati različite mogućnosti primjene ekonofizike. Obradit će se hipoteza učinkovitog tržišta, primjena ekonofizike kod cijena dionica, financijski vremenski nizovi, financijski slomovi te za kraj i statistička ekonofizika. Nakon analize praktičnog dijela, rad će se posvetiti mogućnostima daljnjeg razvoja ekonofizike te kroz taj dio ispitati je li korištenje ove interdisciplinarne znanosti efektivno i smisleno u ekonomskom kontekstu kroz njene prednosti i mane. Odgovori na to pitanje i slična pitanja koja se nadovezuju za učinkovitost i budućnost ekonofizike bit će dani u zaključku.

## 2. OSNOVE EKONOFIZIKE

U ovom poglavlju će se prikazati važnije definicije ekonofizike od više autora. Ukazat će se na razlike pojedinih opisa ove interdisciplinarnе znanosti, kao i na razlike samog doživljavanja toga što ekonofizika zapravo predstavlja. Budući da je riječ o relativno mladoj znanstvenoj grani, koja je uz to interdisciplinarna, istaknut će se određena nestabilnost i varljivost u samoj definiciji pojma ekonofizike. Nakon konceptualnog uvoda, analizirat će se s čime se točno ekonofizika bavi. Kao mješavina ekonomije i fizike, ukratko će se prikazati koje ekonomske, a koje fizičke osobine ekonofizika sadrži. Nakon toga će biti pružen osvrt na povijest ekonofizike, posebice na razloge njenog nastanka. Nešto detaljnije će se spomenuti prvi pioniri ekonofizičke misli uz osvrt na njihov rad i ulogu u razvoju ekonofizike. Za kraj poglavlja, pažnja će biti stavljena na današnji razvoj i status ekonofizike, uz spomen njene institucionalizacije u znanstvenim krugovima te usporedbu s već etabliranom financijskom ekonomijom.

### 2.1. Definicija pojma ekonofizike

U ovom podpoglavlju će se definirati pojam ekonofizike, njeno značenje i uloga. Prikazat će se mišljenja više autora s obzirom da u dostupnoj literaturi postoji nekoliko različitih definicija pojma ekonofizike. Na samom kraju poglavlja navedene će se definicije usporediti kako bi se saznalo postoje li razlike u mišljenju autora ili su oni pak na istom tragu prilikom definiranja pojma ekonofizike, odnosno postoji li njen univerzalan opis.

Izraz “ekonofizika” stvorio je 1995. godine američki fizičar Eugene Stanley<sup>1</sup> na konferenciji za statističku fiziku u indijskoj Kolkati. Pojam je kreirao kako bi opisao specifičan način razmišljanja o ekonomskim i financijskim sustavima pomoću fizičkih pojmove kao što su statističke zakonitosti, zakoni skaliranja te samoorganizacija. Naravno, sama riječ je kombinacija pojmova “ekonomija” i “fizika”, a služi se istom analogijom kao i ostale dobro poznate interdisciplinarnе znanosti poput astrofizike, biofizike i geofizike.

Prema Mantegni i Stanleyu (2000) ekonofizika se može shvatiti kao aktivnost fizičara koji pokušavaju riješiti ekonomski problem primjenom metoda koje su prethodno provjerene u

---

<sup>1</sup> Eugene Stanley (rođen 1941.) američki je fizičar i profesor na Sveučilištu u Bostonu. Poznat je po svojim radovima o statističkoj fizici i interdisciplinarnim studijama iz fizike. On je također autor (s Rosariom Mantegnom) prvog udžbenika o ekonofizici, kojeg je 1999. objavio Cambridgeov Sveučilišni tisak. Pored toga, urednik je časopisa Physica A, koji je izvorno bio posvećen fizici kondenzirane materije i koja se danas smatra prvim ekonofizičkim časopisom.

različitim granama fizike. Međutim, takav pogled na sam pojam čini se preuskim jer pretpostavlja kognitivnu aktivnost isključivo fizičara. Možda je prije nekoliko godina takvo mišljenje bilo opravdano, kada je sudjelovanje ekonomista u ovoj znanstvenoj grani bilo nisko te je većina rezultata i istraživanja bila objavljena u časopisima iz fizike. Ipak, to danas nije točno. Sve veći broj ekonomista koristi metode i tehnike koje proizlaze iz fizike za rješavanje ekonomskih problema. Samim time, moguća je opširnija definicija pojma ekonofizike kao i fleksibilniji kontekst u kojem se ona može ponuditi.

Prema Sharmi et al. (2011) ekonofizika je interdisciplinarno područje istraživanja, primjenjujući teorije i metode koje su izvorno razvili fizičari kako bi riješili probleme u ekonomiji, obično one koji uključuju nesigurnost ili stohastičke procese i nelinearnu dinamiku.

Prema Burdi et al. (2003) ekonofizika je definirana kao pristup kvantitativnoj ekonomiji pomoću ideja, modela, konceptualnih i računskih metoda statističke fizike.

Nešto širu definiciju pružaju Savoio i Iorga-Siman (2008), prema kojima je ekonofizika novo znanstveno područje razvijeno suradnjom fizičara, ekonomista i matematičara koji primjenjuju ideje, metode i modele iz statističke fizike i kompleksnosti za analizu podataka iz ekonomskih fenomena.

U suštini, ekonofizika nije ništa više od kompozicije riječi “fizika” i “ekonomija”; poveznica između dvije potpuno odvojene i zasebne znanstvene discipline koji leži u karakterističnom ponašanju koje pokazuju financijska tržišta slična drugim poznatim fizičkim sustavima. Krajnji cilj ekonofizike je razumjeti univerzalno ponašanje tržišta.

Zbog navedene hibridnosti, postavlja se i pitanje zašto je ekonofizika interdisciplinarna, a ne multidisciplinarna znanost pošto kombinira dvije znanosti kao što su ekonomija i fizika? Multidisciplinarnost implicira različite discipline o kojima u raspravi ekonomist i fizičar razgovaraju jedni s drugima i pritom surađuju. Interdisciplinarnost sugerira usku specijalnost stvorena od elemenata svake zasebne discipline, stoga se može zaključiti da je ekonofizika uistinu prava, etablirana interdisciplinarna znanost.

## 2.2. Povijest ekonofizike

Prije pregleda samog povijesnog razvoja ekonofizičkih ideja, u ovom kontekstu vrijedi istaknuti i razliku između nove i stare ekonofizike. Pod starom ekonofizikom podrazumijeva se uvođenje pojmova i koncepta iz fizike u ekonomiju od strane samih ekonomista, dok je u novoj ekonofizici većina koncepta uvedena od strane samih fizičara. Dakle, pod pojmom “nova ekonofizika” podrazumijevamo ekonofiziku kako je ona inače tretirana u literaturi. Isto tako, znanstvenike koji će se spomenuti kao prve pionire ekonofizike možemo zaista tretirati kao ekonofizičare.

### 2.2.1. Interakcija fizike i ekonomije u prošlosti

Isprepletenost između fizike i ekonomije vrlo je stara i traje više od dva stoljeća. Djelo Adama Smitha (1776, navedeno u Rasekhi & Shahrazi, 2012) “Uvid u prirodu i uzroci bogatstva naroda” obično se smatra početkom klasične ekonomije. Nadahnuće za taj rad Smith je pronašao u djelu “Philosophiae Naturalis Principia Mathematica” jednog od najvećih fizičara u povijesti Isaaca Newtona (1687, navedeno u Rasekhi & Shahrazi, 2012), a osobito se posvetio Newtonovom pojmu uzročnih sila.

Osim Smitha, analogiju iz fizike koristio je i Nicolas François Canard (1801, navedeno u Rasekhi & Shahrazi, 2012), koji tvrdi da su ponuda i potražnja ontološki poput proturječnih fizičkih sila. Na kraju 19. stoljeća, Newtonove teorije pretvorene su u više suvremeni jezik analitičke mehanike u djelima dvojice matematičkih fizičara, Lagrangea i Hamiltona. U ovom razdoblju, mehanički koncepti smatrani su idealnim alatom za upotrebu u matematičkoj formulaciji ekonomije.

Tek nakon toga počela je konkretna upotreba fizičkih koncepta i alata od strane ekonomista za rješavanje ekonomskih problema. Navedeni će biti samo najkonkretniji primjeri. Ekonomisti poput Alfreda Marshalla, Leon Walrasa i Stanley Jevonsa pokušali su mapirati formalizam fizike na ekonomski formalizam zamjenom materijalnih točaka gospodarskim subjektima te pronalaženjem analogije potencijalne energije koju predstavlja korisnost. U nastavku pokušaja razumijevanja ekonomskih pojave kroz ponašanje pojedinih agenata, Alfred Marshall (1890, navedeno u Rasekhi & Shahrazi, 2012) i Francis Edgeworth (1910, navedeno u Rasekhi & Shahrazi, 2012) su pod utjecajem dva statistička fizičara, Jamesa Clerka Maxwella i Ludwiga Boltzmana, razvili model prema kojem bi ekonomski sustavi postizali

ravnotežu poput sustava iz fizike. Može se reći da je marginalističko-neoklasična ekonomska teorija bila pod snažnim utjecajem preuzimanja koncepta iz fizike 19. stoljeća.

Paul Samuelson (1947, navedeno u Schinckus, 2013) u svom najpoznatijem djelu 'Temelji ekonomske analize' formulirao je dinamičku stabilnost ravnoteže potražnje i ponude koja slijedi Newtonove jednadžbe gibanja u mehanici. George Stigler (1964, navedeno u Schinckus, 2013) prvi je izveo Monte Carlo simulacije tržišta slične simulacijama termodinamičkih sustava u fizici.

S obzirom na navedena otkrića i rezultate, vrijedi zaključiti da je primjena metoda i alata iz fizike u ekonomiji svoje začetke pronašla iz rada samih ekonomista.

### 2.2.2. Pioniri ekonofizičke misli

U literaturi kao najpoznatije ekonofizičke mislioce nalazimo imena kao što su Rosario Mantegna, Eugene Stanley, Didier Sornette, Joseph McCauley, Hideki Takayasu, Victor Yakovenko i Jean-Philippe Bouchaud (Rasekhi & Shahrazi, 2012). Svi navedeni autori i njihovi radovi aktualni su u posljednjih dvadesetak godina. Međutim, proučavanje ekonomskih sustava pomoću alata iz statističke fizike započelo je mnogo ranije. Najpoznatiji znanstvenici koji su predstavili ključne pojmovi i alate koji se primjenjuju u suvremenoj ekonofizici su Vilfredo Pareto, Benoit Mandelbrot, Louis Bachelier i Maury Osborne. Spomenute znanstvenike možemo klasificirati kao pionire nove ekonofizike.

Iako je izraz "ekonofizika" ušao u znanstveni jezik tek prije nešto više od dvadeset godina, veza i uzajamno djelovanje između fizike i ekonomije stara je oko 300 godina (Sharma et. al, 2009). Literatura je puna primjera poznatih uloga fizičara u rješavanju ekonomskih ili financijskih problema.

Daniel Bernoulli (1738, navedeno u Sharma et al., 2011) je predstavio ideju korisnosti za opis preferencija ljudi. Pierre Simon Laplace (1812, navedeno u Sharma et al., 2011), u svom djelu "Essai philosophique sur les probabilités" istaknuo je da događaji u ekonomiji koji izgledaju slučajno i nepredvidivo zapravo mogu biti prilično predvidljivi i poštuju jednostavne zakone. Adolphe Quetelet (1835, Rasekhi & Shahrazi, 2012) je dodatno osnažio Laplaceove ideje proučavanjem uzoraka u skupovima podataka ekonomskih i socijalnih problema. Irving Fisher, izvorno obrazovan kao fizičar te student Willarda Gibbsa, imao je važnu ulogu u razvoju neoklasične ekonomske teorije.

Prvi formalizam slučajnog hoda<sup>2</sup> (matematičkog modela učinkovitih tržišta) osmislio je Luis Bachelier. Njegov rad (Bachelier, 1900) bavio se prvom formulacijom određivanja cijena opcija na spekulativnim tržištima, aktivnosti koja je izuzetno važna na financijskim tržištima. Također, razvio je matematiku Brownovog gibanja<sup>3</sup> svojim opisom procesa financijskog tržišta pet godina prije slavne publikacije Alberta Einsteina o Brownovom gibanju. Iako je njegov rad presedan u ekonofizičkom razmišljanju, u nekim slučajevima nema dovoljno rigidnosti i preciznosti u njegovim matematičkim i ekonomskim konceptima. Najznačniji primjer je određivanje Gaussove distribucije za promjene cijena koja nije dovoljno motivirana stvarnim promjenama cijena.

Problem s distribucijom promjena cijena razmotrio je fizičar M. F. Osborne. U članku (1959) objavljenom u časopisu *Operations Research* zamijenio je Bachelierov prijedlog o Gaussovoj distribuciji cijena za model u kojem su cijene dionica logaritamski normalno raspodijeljene. Osim toga, uveo je geometrijsko Brownovo gibanje koje je proširenje Brownovog gibanja.

Ime vrijedno isticanja je i ono Jana Tinbergena, koji je studirao fiziku s velikanom Paul Ehrenfestom na Sveučilištu Leiden, a osvojio je prvu Nobelovu nagradu za ekonomiju 1969. za razvoj i primjenu dinamičkih modela za analizu ekonomskih procesa.

Ingrao i Israel (1990, navedeno u Sharma et al., 2011) pokazali su da se djela Walrasa i Pareta o ekonomiji ravnoteže zapravo temelje na konceptu mehaničke ravnoteže iz fizike. Jedna od najrevolucionarnijih hipoteza u teoriji spekulativnih cijena od Bachelierovog početnog rada je Mandelbrotova (1963) hipoteza da promjene cijena prate stabilnu Levyjevu distribuciju, a ne Gaussovu. Poincare je ukazao na mogućnost nepredvidivosti u nelinearnom dinamičkom sustavu te je tako uspostavio temelje kaotičnog ponašanja. Proučavanje kaosa pokazalo se kao važna suvremena grana teorijske fizike. Bilo je samo pitanje vremena koliko brzo će se te ideje početi pojavljivati u ekonomiji.

---

<sup>2</sup> engl. random walk, jedan od temeljnih stupova suvremene ekonofizičke teorije. Hipoteza slučajnog hoda je financijska teorija u kojoj se navodi da se burzovne cijene razvijaju prema slučajnom hodu, tako da se promjene cijena ne mogu predvidjeti, i stoga se ne mogu predvidjeti.

<sup>3</sup> Brownovo gibanje je nasumično gibanje čestica koje su mnogo veće nego atomi i obične molekule, ali premalene da bi bile vidljive golim okom u nekom fluidu, kao primjerice gibanje čestica dima u zraku ili peludnih čestica u vodi,



Ironično, Poincare zapravo nije cijenio Bacheliereove rezultate, a sam je stvorio veliki utjecaj na složene sustave kao jedan od prvih istraživača kaotičnog ponašanja u dinamičkim sustavima. Danas se ozbiljno uzimaju u obzir studije kaosa, samoorganizirane kritičnosti, staničnih automata i neuronskih mreža kao ekonomskih i financijskih alata.

### 2.2.3. Revolucija 1990-ih godina

Tijekom devedesetih godina fizičari su svoju pozornost ozbiljno usmjerili na ekonomiju, a osobito na financijsku ekonomiju, što je dovelo do nastanka ekonofizike. Kao što je već naglašeno, službeni nastanak ekonofizičkog pokreta objavljen je u članku Eugenea Stanleya (1996, navedeno u Schinckus, 2013), a ekonofizika je u to vrijeme još uvijek bila mlado i loše definirano znanstveno polje. Međutim, analiza tema koje otad proučava ekonofizika pokazuje da se istraživanje provedeno u ovom području uglavnom bavi proučavanjem financijskih fenomena, marginalizirajući druge teme koje inače analizira ekonomija.

Razvoj ekonofizike u devedesetima je uzrokovan rastom broja publikacija. Udžbenici o ekonofizici nisu bili daleko iza, a prvi je objavljen od Mantegne i Stanleya (1999). Udžbenici nemaju isti epistemološki status kao zbirke članaka. Zbirke su često usmjerene na širenje znanja u pristupu predmetu koji ostaje istraživački i nije jedinstven. Udžbenici su, s druge strane, snažnije utemeljeni u jedinstvenijoj analizi. Stoga zahtijevaju razdoblje homogenizacije te zbog toga predstavljaju dodatni korak u procesu institucionalizacije. S obzirom da su zbirke članaka objavljene prije udžbenika, interval između objavljivanja članaka i udžbenika daje pokazatelj evolucije discipline (Jovanovic, 2008). Ekonofizika se stoga kao teorijski pristup razvija relativno brzo. Svega desetak godina bilo je dovoljno da se pojave prvi udžbenici koji ekonofiziku predstavljaju kao jedinstveno i koherentno znanstveno polje.

### 2.3. Institucionalizacija ekonofizike

Za manje od dvadeset godina ekonofizika je stekla priznanje kao znanstveno polje od akademske i znanstvene zajednice. Kako bi zavrijedili ovo priznanje, ekonofizičari su prihvatili niz strategija za širenje svog znanja. Organizirani su simpoziji i kreirano je više specijaliziranih časopisa te specifičnih akademskih tečajeva od strane fizičkih institucija radi promicanja znanstvenog priznavanja i institucionalizacije ovog novog pristupa. Sve ove

strategije nisu imale ulogu samo u širenju ekonofizike već i u stvaranju zajedničke znanstvene kulture (Nadeau, 1995 navedeno u Schinckus, 2018).

Od 1996. i prvog Stanleyevog ekonofizičkog članka prisutan je održiv rast broja članaka posvećenih ekonofizici (Gingras et al. 2012). Povećanje broja članaka objavljenih svake godine uvjetovalo je službeno priznanje ekonofizike kao discipline fizičkih znanosti 2003. godine, manje od deset godina nakon njenog nastanka. Sljedeći grafikon prikazuje udio članka posvećenima ekonofizici u jednom od tri važna fizička časopisa - *Physica A*, *International Journal of Modern Physics C* te *European Journal of Physics B*, te dokazuje da konstantno raste.

GRAFIKON 1 POSTOTAK OBJAVLJENIH EKONOFIZIČKIH ČLANAKA U PHYSICI A



(izvor: JOVANOVIĆ & SCHINCKUS, 2013, p.6)

Proces institucionalizacije je ojačan 2006. godine osnivanjem ESHIA-e<sup>4</sup>, čiji je cilj promicanje interdisciplinarnih istraživanja između ekonomije, fizike i računalne znanosti<sup>5</sup>. Ovaj interdisciplinarni projekt, podržan stvaranjem novih znanstvenih časopisa, stoga je usmjeren na područje koje pokriva ekonofizika (Jovanovic & Schinckus, 2013). Daljnji pokazatelj nastanka i institucionalizacije nove, ekonofizičke znanstvene zajednice je organizacija mnogih specifičnih simpozija i radionica. Prva konferencija posvećena ekonofizici organizirana je 1997. godine od strane Odjela za fiziku Sveučilišta u Budimpešti.

<sup>4</sup> Society for Economic Science with Heterogeneous Interacting Agents - Društvo za ekonomska znanost s heterogenim posrednicima

<sup>5</sup> U ovom kontekstu poseban naglasak stavljen je na umjetnu inteligenciju

Uz brojne publikacije o ekonofizici, sva ta redovita događanja predstavljaju institucionalne prostore koji pomažu da ekonofizika postane istinska znanstvena zajednica.

Posljednji važni element institucionalizacije ekonofizike je sveučilišno obrazovanje. Danas, odsjeci za fiziku sveučilišta u Fribourgu (Švicarska), Ulmu (Švedska), Münsteru (Njemačka) i Dublinu (Irska) nude tečajeve ekonofizike. Od 2002. godine sveučilišta u Varšavi i Wroclawu (oba u Poljskoj) nude diplomu i magisterij iz ekonofizike (Kutner et al., 2008). Konačno, Sveučilište u Houstonu (Teksas, SAD) je 2006. stvorilo prvi doktorski program iz ekonofizike, a 2009. je Sveučilištu u Melbourneu (Australija) napravilo isto. Svi ti programi su pruženi od odjela za fiziku, a predavanja su primarno usmjerena na statističku fiziku i fiziku kondenzirane tvari.

#### **2.4. Usporedba ekonofizike s financijskom ekonomijom**

Ekonofizika je nastala izvan polja financijske ekonomije od strane statističkih fizičara. Proučava ekonomske pojave, posebno financijska tržišta korištenjem modela i koncepta uvezenih iz fizike kondenzirane materije i statističke fizike. Preciznije rečeno, jedna od glavnih ekonofizičkih karakteristika je primjena modela iz statističke fizike koji upotrebljavaju stabilne Levyjeve procese na financijska tržišta. Ekonofizika, kao nova paradigma, usmjerena je na promjenu moderne financijske teorije i samim time financijske ekonomije (Jovanovic & Schinckus, 2013).

Vrijedi istaknuti da je disciplinska dimenzija ekonofizike složenija nego izgleda na prvu zato što se velikim dijelom bavi specifičnim znanjem koje je već proučavano u polju financijske ekonomije u 1960-im godinama, kad je potonja nastala (Schinckus, 2013). Stoga je prikladno usredotočiti se na povijest financijske ekonomije s kojom je usko povezana povijest moderne teorije vjerojatnosti. Štoviše, jedna specifična distribucija vjerojatnosti igra ključnu ulogu u povijesti financijske ekonomije: Gaussova distribucija (također poznata kao normalna distribucija). Ova distribucija je temelj stvaranja većine teorija i modela iz suvremene financijske ekonomije: hipoteze o učinkovitom tržištu, moderne teorije portfelja, modela određivanja cijene kapitala i Black-Scholesovog modela. Iz tog razloga smatramo ju fundamentalnim dijelom financijske ekonomije. Ključno, ekonofizika odbacuje Gaussovu distribuciju, i to odbacivanje prezentira primarni ekonofizički argument te razliku od financijske ekonomije.

Dva elementa snažno su pridonijela nastanku oba znanstvena polja: razvoj moderne teorije vjerojatnosti s jedne strane i razvoj financijskih tržišta, koja su sve više kvantitativna (ili digitalizirana), s druge. 1960-ih godina, kao što je ranije objašnjeno, neki su ekonomisti počeli upotrebljavati slučajne procese u vrijeme kada je matematički razvoj postao dostupan nematematičarima. Korištenje novih alata, moderna teorije vjerojatnosti i rada na statističkim podacima, predstavljao je glavni element koji razlikuje 'novi pristup' protiv 'tradicionalnog pristupa' tog vremena (Jovanovic & Schinckus, 2013). U slučaju ekonofizike, računala, paralelno s matematičkim razvojem, pridonijeli su nastanku novog pristupa, jer su omogućili bolju kvantifikaciju financijskih operacija. Danas, elektronska tržišta vladaju financijskim svijetom i omogućuju preciznije proučavanje evolucije podataka u stvarnom vremenu koji supohranjeni u obliku vremenskih serija (Stanley et al. 2000, navedeno u Jovanovic & Schinckus, 2016).

Dakle, vrijedi zaključiti da financijska ekonomija i ekonofizika svoj nastanak duguju stvaranju nove matematike u kombinaciji sa stvaranjem novih statističkih podataka. Iako obje discipline intenzivno koriste matematičko modeliranje, treba ih međusobno razlikovati s obzirom na mjesto koje zauzima teorija; u slučaju ekonofizike trenutno nema zadovoljavajućeg teorijskog objašnjenja koje bi dalo smisao korištenih modela (Morgan & Morrison, 1999).

### 3. PRIMJENA EKONOFIZIKE U PRAKSI

Vrlo često u sustavima s dijelovima koji međusobno djeluju i stvaraju svojstva jediničnog sustava, nalazimo da tako generirane osobine poštuju zakone o skaliranju. Zakoni o skaliranju govore nam o statističkim odnosima u sustavu koji se ne mijenjaju s obzirom na transformacije skaliranja. U statističkoj fizici zakoni o skaliranju promatraju se kao pojavna svojstva generirana interakcijama mikroskopskih dijelova sustava. Pritom se objašnjavaju kolektivnim ponašanjem među velikim brojem međusobno povezanih komponenti. U financijskom slučaju komponente bi bili agenti tržišta<sup>6</sup>. Ovi zakoni su univerzalni, neovisni o mikroskopskim detaljima i ovisni o samo nekoliko makroskopskih parametara (npr. simetrije prostorne dimenzije).

Ekonofizika pretpostavlja da se ekonomski sustavi također sastoje od velikog broja međusobno djelujućih dijelova, prema tome teorija skaliranja se može primijeniti i na financijska tržišta. Ova analogija je motivacija iza znatnog dijela radova u ekonofizici te njene primjene u ekonomskoj praksi, stoga će biti prisutna i u većini analize primjene ekonofizike u ovom diplomskom radu.

Ekonomski sustavi su među najzanimljivijim i najfascinantnijim složenim sustavima koji se mogu istražiti. Postoje neke značajke složenih sustava koje su izražene u ekonomiji. Primjerice složeni sustavi često pokazuju velike i iznenađujuće promjene koje se pojavljuju bez vanjskog uzroka, već nastaju endogeno. Umjesto koncentriranja na najčešće događaje, ekofizičari pokušavaju proučiti rijetke ili ekstremne događaje kao što su financijski slomovi. U ekonofizici tržišta se stoga smatraju složenim sustavima s unutarnjom mikroskopskom strukturom koja se sastoji od mnogih ekonomskih "čestica", kao što su investitori, trgovci, potrošači čije interakcije generiraju systemska svojstva. Na taj se način koncepti iz statističke fizike primjenjuju na te komponente (Rasekhi & Shahrazi, 2013).

Fizičari danas primjenjuju koncepte iz statističke fizike kao što su ideje univerzalnosti, skaliranja, teorije igara, mreža i modeli interakcije agenata te praktična financijska pitanja, kao što su financijski padovi, kretanje cijena dionica, promjene tečaja valuta, razvoj cijena dionica itd. (Ausloos, 2013). U nastavku poglavlja pažnja će biti pridana najpoznatijim oblicima primjene ekonofizike u praksi.

---

<sup>6</sup> trgovci, špekulanti, hedgeri itd.

### 3.1. Hipoteza učinkovitog tržišta

Hipoteza učinkovitog tržišta tvrdi da cijene uvijek odražavaju sve dostupne informacije na stvarnim tržištima (Fama, 1970 navedeno u Rickles, 2008) - same cijene se pojavljuju (agregatno) konsenzusom skupine savršeno racionalnih agenata<sup>7</sup>. Promjene cijena nastaju kao rezultat egzogenih intervencija na tržištu kroz nastanak vijesti, što je samo po sebi nepredvidiv događaj. Iz toga slijedi da su promjene cijena same po sebi nepredvidive.

Hipoteza efikasnog tržišta<sup>8</sup> je zaključak iz načela neoklasičnih racionalnih očekivanja: trgovci će željeti povećati svoju korisnost. To znači da će tražiti iskorištavanje tržišta. Način na koji se to može učiniti jest uočiti uzorke u kretanju cijena te potom obaviti kupnju; kada očekuju da će cijena dati veće prinose od prosječnih i prodati kada očekuju niže povrate od prosječnih. Problem je u tom što će samom tom aktivnošću promijeniti same obrasce koje pokušavaju iskoristiti: kupnja povećava, a prodaja spušta cijenu. To izjednačava tržište tako da svi financijski instrumenti daju isti prinos (rizik modula) (Rickles, 2008).

Hipoteza efikasnog tržišta pružila je osnovu za većinu istraživanja financijskog tržišta. Početkom 1970-ih, činilo se da dostupni dokazi podupiru hipotezu efikasnih tržišta: cijene su slijedile slučajni hod i predvidljive varijacije u povratima, ako su uopće bile prisutne, pokazale su se statistički beznačajnim. Dok je većina studija u 1970-im koncentrirana uglavnom na predviđanje cijena iz prošlih cijena, studije 1980-ih gledale su na mogućnost predviđanja na temelju varijabli kao što su prinosi na dividende (Fama & French, 1988, navedeno u Chakraborti et al., 2007).

Kasnije studije su proučavale događaje kao što su reakcije burze na najavu raznih događaja kao što su preuzimanja, podjela dionica i sl. Općenito, rezultati studija događaja pokazali su da su se cijene činile prilagođene novim informacijama unutar jednog dana od objave određenog događaja, zaključak koji je dosljedan s hipotezom efikasnog tržišta. U 1990-ima su neke studije počele razmatrati nedostatke modela određivanja vrijednosti imovine<sup>9</sup>. Akumulirani dokazi sugeriraju da se cijene dionica mogu predvidjeti s dostatnim stupnjem pouzdanosti. Kako bi se razumjelo predstavlja li predvidljivost povrata "racionalne" varijacije očekivanih povrata ili se jednostavno pojavila kao 'iracionalno' spekulativno odstupanje od teoretskih vrijednosti, posljednjih godina provela su se daljnja istraživanja. Istraživači su došli

---

<sup>7</sup> same cijene su stoga racionalne

<sup>8</sup> u stranoj literaturi poznata i pod skraćenicom EMH - engl. efficient market hypothesis

<sup>9</sup> engl. asset pricing model

do otkrića određenih anomalija na tržištu dionica koje su u kontradikciji sa hipotezom efikasnog tržišta.

Sama priroda efikasnih tržišta je paradoksalna: kad bi svaki sudionik doista vjerovao da je tržište učinkovito, tada tržište ne bi bilo učinkovito jer nitko ne bi analizirao ponašanja cijena imovine. U stvari, učinkovita tržišta ovise o sudionicima na tržištu koji vjeruju da je tržište neučinkovito i trguju sredstvima kako bi maksimalno iskoristili neučinkovitost tržišta (Chakraborti et al., 2007).

### 3.1.1. Martingale

Hipoteza efikasnog tržišta eksplicitno je formulirana u radu Samuelsona (1965), koji je matematički pokazao da pravilno predviđeno cijene slučajno variraju. Korištenjem hipoteze o racionalnom ponašanju i efikasnosti tržišta, pokazao je da je očekivana vrijednost cijene dane imovine u trenutku  $t + 1$ , koju označavamo s  $Y_{t+1}$ , povezana s prethodnim vrijednostima cijena  $Y_0, Y_1, \dots, Y_t$  preko relacije:

$$E\{Y_{t+1} | Y_0, Y_1, \dots, Y_t\} = Y_t.$$

Stohastički proces<sup>10</sup> koji poštuje ovu formulu za uvjetnu vjerojatnost naziva se martingale.

Martingale je, intuitivno, probabilistički model “fer” igre. U kockarskom žargonu, igra je “fer” kada se dobit i gubitak ponište, i očekivano buduće bogatstvo kockara podudara se s trenutnom imovinom kockara (Mantegna & Stanley, 1999).

Nešto slikovitiji primjer možemo objasniti bacanjem kockice. Kockica je bačena i sudionik igre može zaraditi 1 euro ukoliko su rezultati 1, 2 ili 3 te izgubiti isti iznos ako su rezultati 4, 5 ili 6. Očekivani dobitak je stoga  $0 (1 \cdot \frac{1}{2} - 1 \cdot \frac{1}{2})$ , što znači da sudionik sistematički ne može zaraditi dodatan novac. Neka  $Y_n$  predstavlja ukupni dobitak nakon igre  $n$ ,  $Y_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  gdje je dobitak u igri  $i$  (svaki  $X_i = +1$  ili  $-1$ ). Slučajni proces  $X_i$  dobiven u ovoj igri nazivamo martingale (Parna, 2016).

Zaključak o pravednoj igri o promjenama cijena zabilježen na financijskim tržištima jednak je tvrdnji da ne postoji način ostvarivanja dobiti na imovini jednostavnim korištenjem

---

<sup>10</sup> matematički slijed stanja nekog sustava koji se u vremenu mijenja ovisno o slučaju, pri čemu je određena vjerojatnost pojedinog toka promjena

zabilježene povijesti fluktuacija njenih cijena. Tada je zaključak ove “slabe forme” hipoteze učinkovitog tržišta da su promjene cijena nepredvidive iz povijesnih vremenskih serija tih promjena (Mantenga & Stanley, 1999).

### **3.1.2. Idealizirani sustav - analogija s fizikom**

Efikasno tržište je idealizirani sustav. Stvarna tržišta su samo približno efikasna. Ova činjenica vjerojatno nije previše nepoznata fizičarima jer su dobro upoznati s proučavanjem idealiziranih sustava. Štoviše, upotreba idealiziranih sustava u znanstvenim istraživanjima bila je ključna u razvoju fizike kao discipline. Dobro poznate idealizacije su kretanje bez trenja, reverzibilne transformacije u termodinamici i beskonačni sustavi u kritičnom stanju.

Fizičari koriste te apstrakcije kako bi razvili teorije i osmislili eksperimente. U isto vrijeme, fizičari uvijek pamte da su idealizirani sustavi samo aproksimacije realnih sustava i da će u ponašanju stvarnih sustava uvijek biti odstupanja od idealiziranih sustava. Sličan pristup može se uzeti u obzir i kod proučavanja financijskih sustava. Moguće je pretpostaviti realne idealne uvjete, npr. postojanje savršeno efikasnog tržišta i unutar tog idealnog okvira razviti teorije i provesti empirijska ispitivanja. Valjanost rezultata će biti ovisna o valjanosti pretpostavki. Koncept učinkovitog tržišta je koristan u svakom pokušaju modeliranja financijskih tržišta. Nakon prihvaćanja ove paradigme, važan je korak u potpunosti okarakterizirati statistička svojstva opaženih slučajnih procesa na financijskim tržištima (Mantegna & Stanley, 1999).

## **3.2. Dionice i distribucije vjerojatnosti**

Dionica je jedinica vlasništva u trgovačkom društvu. Trgovačka društva prodaju dionice kako bi prikupila kapital. Dioničari, zauzvrat, mogu zaraditi dividende, raspodjelu dobiti na temelju svojih dionica i povrat na svoje ulaganje ako poraste cijena dionica.

Cijene dionica mijenjaju se u skladu s ponudom i potražnjom. Ulagači nastoje ostvariti dobit procjenjujući smjer kretanja cijene dionice. Oni trguju dionicama putem burzovnog posrednika, često se koristeći internetskom platformom za trgovanje dionicama.

Cijena dionica ne predstavlja samo jednostavnu razinu cijene na financijskom tržištu, već označava kvalitetu poslovanja i učinkovitost upravljanja tvrtkom koja je emitirala dionice. Inače, dionice predstavljaju masovne vrijednosnice, izdaju se u velikom broju od po nekoliko



tisuća primjeraka, razmjerno kapitalu tvrtke, odnosno, određenog poduzeća. Pošto cijena dionica praktično govori o kvaliteti poslovanja, efektivnosti i učinkovitom upravljanju tvrtkom, jasno je da je riječ o kompleksnom parametru.

Budući da dionica predstavlja “mali dio” poduzeća, cijena dionica trebala bi nekako odražavati ukupnu (neto) vrijednost (neto) poduzeća. Međutim, sadašnja vrijednost tvrtke ne ovisi samo o trenutnom stanju poduzeća, nego i o njegovim budućim performansama. Dakle, osnovni problem u određivanju cijena rizičnih financijskih sredstava je taj što pokušavamo predvidjeti budućnost na temelju postojećih informacija. Ako se otkrije nova informacija koja može na bilo koji način utjecati na buduće poslovanje tvrtke, cijena dionica će se u skladu s tim mijenjati. Iz toga proizlazi da su cijene dionica uvijek podvrgnute određenom stupnju nesigurnosti.

Cijene dionica bilježe se svake minute ili svakih nekoliko dana na tržištima dionica širom svijeta. Potaknuta je mnogim čimbenicima, kao što su cjelokupno gospodarsko okruženje, postignuće poduzeća, cijene ostalih dionica, i kupnja ili prodaja dioničara. U isto vrijeme, ponašanje dioničara uvjetovano je cijenom, štoviše svatko donosi svoje odluke koje se međusobno razlikuju, ali utječu jedne na druge. Iz tog razloga ovakve pojave su kompleksne. Iako svaki dioničar odlučuje o svom ponašanju prema vlastitom znanju, informacijama i uvjerenju, a svaka burza ima svoje okruženje, empirijska studija ipak pokazuje neke generalne, uobičajene činjenice koje vrijede za gotovo sve dionice (Wang et al., 2008).

Modeliranje povrata na burzi ili varijacija cijena dionica prvi je korak u razvoju financijskih modela. To je razlog zašto su financijski ekonomisti usredotočili svoju pažnju i istraživanja na takve probleme. Varijacije cijena dionica i povrata na burzi su uspješno modelirane pomoću slučajnog hoda i Brownovog gibanja.

Takvi matematički modeli zahtijevaju statistički opis promjena u cijenama i prinosima, stoga je određivanje statističke distribucije prinosa ključan problem u financijskoj ekonomiji te općenito u modernoj financijskoj teoriji. Svi modeli u financijskoj teoriji pretpostavljaju određene parametre koji se mogu vrednovati kroz deskriptivnu statistiku povijesnih podataka koja pretpostavlja opis osnovnih statističkih koeficijenata i svojstva podataka u istraživanju. U osnovi, moderna financijska teorija se uglavnom temelji na srednjoj vrijednosti i varijanci financijskih prinosa. Srednja vrijednost obično je povezana s očekivanim prinosima, a varijanca je prikazana kao financijski rizik (Schinckus, 2018).

Veći se dio aktivnosti u ekonofizičkim istraživanjima usredotočuje na distribucije vjerojatnosti za varijable koje predstavljaju financijske karakteristike za koje se na temelju empirijskih dokaza tvrdi da se ne uklapaju se u Gaussovu krivulju, već u neku drugu distribuciju. Dokaz za ovu tvrdnju prikazuje sustav s veličinama koje često poprimaju ekstremne vrijednosti, odnosno vrijednosti koje bi se smatrale nevjerovatno rijetkim<sup>11</sup> prema Gaussovoj distribuiranoj varijabli (Rickles, 2008).

Distribucije vjerojatnosti su od vitalnog značaja u istraživanju složenih sustava, posebno u istraživanju svojstava financijskih tržišta. One su alat koji nam omogućuje da utvrdimo unutarnje djelovanje složenih sustava, da otkrijemo njihove zakonitosti te aspekte njihove strukture.

S obzirom na eksperiment (ili proces) s prostorom za uzorkovanje ishoda  $S$ , slučajna varijabla  $X$  mapira ishode do realnih brojeva - pretpostavljamo da je mapa iscrpna u tome što je svakoj točki  $S$  dodijeljena neka (ne nužno različita) vrijednost. S obzirom na takvu slučajnu varijablu  $X$ , funkcija gustoće vjerojatnosti  $P(x)$  daje informaciju o načinu na koji se varijabla distribuira. Kako bi se izračunala vjerojatnost da je vrijednost  $x$  između vrijednosti  $a$  i  $b$  jednostavno koristimo integral  $\int_b^a P(X)dx$ .

### 3.2.1. Gaussova distribucija

Najpoznatiji primjer distribucije koju koristimo u istraživanju financijskih tržišta je Gaussova distribucija, čija funkcija glasi:

$$P_{Gauss}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2} \right]$$

Gaussova distribucija je u potpunosti definirana aritmetičkom sredinom (koja određuje središte) i varijancom (koja određuje širinu), unimodalna je i simetrična. U njenoj funkciji  $\bar{x}$  predstavlja aritmetičku sredinu, a  $\sigma^2$  varijancu.

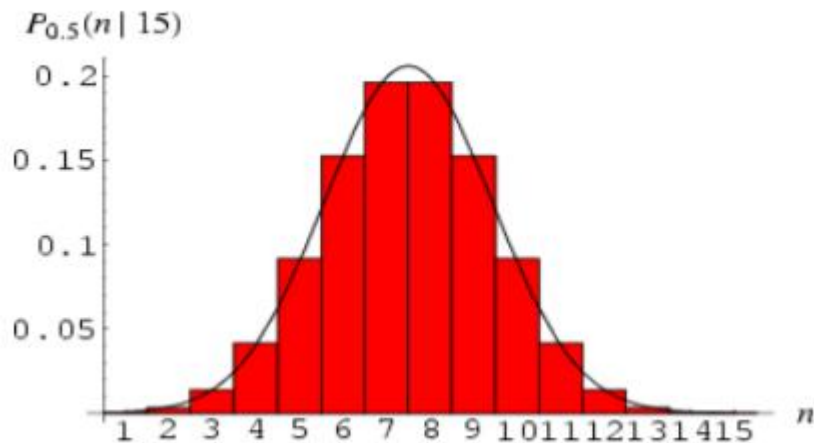
Gaussova perspektiva je okvir koji se najviše koristi u znanosti za opisivanje slučajnih fenomena (Stewart, 1992). Dva argumenta mogu objasniti ovo opažanje: jednostavnost Gaussove distribucije (samo dva statistička pokazatelja, srednja vrijednost i varijanca, potrebna su kako bi se opisali slučajni događaji) i statistički temelji tog Gaussovog okvira,

---

<sup>11</sup> nemoguće za sve praktične potrebe, engl. impossible for all practical purposes

koji su izravno ukorijenjeni unutar centralnog graničnog teorema<sup>12</sup>. Prve statističke reprezentacije povrata na dionice napravljene su unutar Gaussovog okvira<sup>13</sup>. Dakle, Gaussova distribucija je u potpunosti definirana aritmetičkom sredinom (koja određuje središte) i varijancom (koja određuje širinu), unimodalna je i simetrična.

GRAFIKON 2 SHEMATSKI PRIKAZ GAUSSOVE DISTRIBUCIJE



(izvor: nepoznat autor, n.d., p.1, url)

Među stručnjacima iz financijskog područja postoji duga tradicija u razmatranju da se u spekulativnom smislu tržišta financijske imovine (posebno dionice) ponašaju na način sličan procesu slučajnog hoda<sup>14</sup>. Normalna distribucija koristi se pri izračunu ukupnog povrata na dionice. Razlog je taj što ponderirani prosječni prinos (proizvod težine vrijednosnog papira u portfelju i njegova stopa povrata) točniji u opisu stvarnog povrata portfelja (pozitivnog ili negativnog), osobito ako se ponderi osobito razlikuju. Distribucija dnevnih ili mjesečnih povrata na dionice je otprilike simetrična u odnosu na aritmetičku sredinu, čim se definira zvonolik oblik distribucije koja odgovara Gaussovoj.

<sup>12</sup> Centralni granični teorem (CLT) je statistička teorija koja tvrdi da će, s obzirom na dovoljno veliku veličinu uzorka iz populacije s konačnim razinama varijance, srednja vrijednost svih uzoraka iz iste populacije biti približno jednaka srednjoj vrijednosti populacije

<sup>13</sup> Povezivanjem budućeg očekivanog prinosa s prošlom srednjom vrijednošću, i čineći isto s varijancom, moderna financijska teorija implicitno pretpostavlja da će budućnost biti statistička refleksija prošlosti

<sup>14</sup> Teorija slučajnog hoda temelji se na sljedećoj hipotezi: promjene cijena dionica (i neizravno povrata na dionice) su nezavisne slučajne varijable i slijede određenu vjerojatnosnu distribuciju.

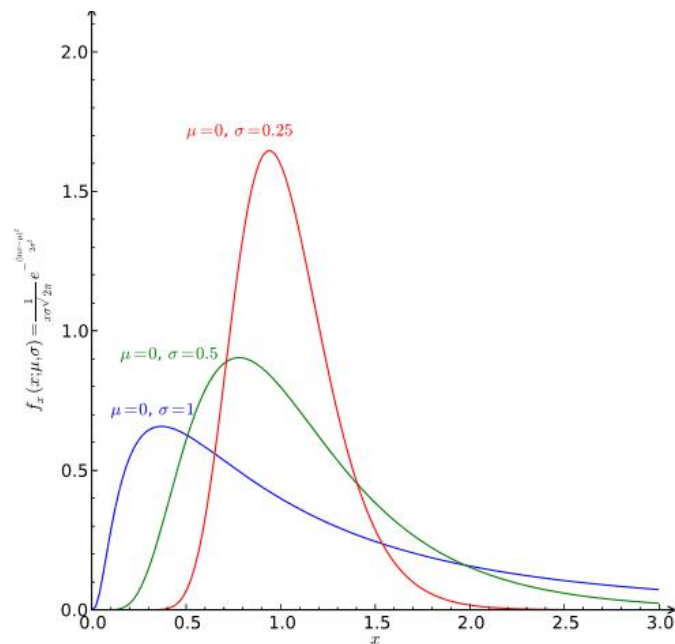
### 3.2.2. Lognormalna distribucija

Koncept lognormalne distribucije vrlo je usko povezan s konceptom normalne distribucije. Recimo da imamo slučajnu varijablu  $Y$ . Ova varijabla će imati lognormalnu raspodjelu ako je prirodni logaritam<sup>15</sup> od  $Y$  normalno distribuiran. Dakle, provjeravamo je li prirodni logaritam slučajne varijable normalno distribuiran ili ne. Ako jest, onda će sama slučajna varijabla imati logaritamsku distribuciju. Lognormalna distribucija je značajna jer se njome statistički opisuju cijene dionica. Njena funkcija glasi:

$$P_{LogNorm}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{(\log x - \bar{x})^2 / (2\sigma)^2}{x\sigma^2} \right]$$

Lognormalna distribucija je definirana srednjom vrijednošću i standardnom devijacijom od  $\ln(x)$ . Ograničena je s nulom, tj. prirodni logaritam negativnih brojeva nije definiran. Ovo svojstvo se smatra korisnim jer cijene dionica ne idu ispod nule, stoga je nemoguće u praksi modelirati cijene dionica sa normalnom distribucijom. Lognormalna distribucija također ima mnogo dulji rep od standardne normalne distribucije koja joj dopušta da pohrani više ekstremnih vrijednosti.

GRAFIKON 3 PRIKAZ DVIJE LOGNORMALNE DISTRIBUCIJE  
(PLAVA I ZELENA LINIJA), CRVENA DISTRIBUCIJA ODGOVARA GAUSSOVOJ



(izvor: Wikipedia, url)

<sup>15</sup>  $\ln Y$

Međutim, od vremena kada su konstituirane prve statističke baze podataka o cijenama početkom 20. stoljeća, neki autori su zabilježili pojavu ekstremnih vrijednosti u empirijskim podacima koji se ne mogu objasniti unutar Gaussovog okvira. Sa statističke točke gledišta, pojava ovih ekstremnih vrijednosti povezana je s onim što statističari nazivaju leptokurtičnošću empirijske distribucije. Shematski, leptokurtične distribucije imaju više vrhove (karakterizirani dugim repovima s obje strane) oko srednje vrijednosti u odnosu na normalnu distribuciju koja ima kratke statističke repove. Jednostavnijim rječnikom, leptokurtična distribucija je 'uža' od normalne distribucije. Pošto dugi repovi predstavljaju veću pojavu ekstremnih vrijednosti, leptokurtičnost podrazumijeva pojavu ekstremnih vrijednosti unutar distribucije. Ovakva falsifikacija Gaussove distribuciju unutar okvira cijena i povrata na dionice zahtijevala je modifikaciju i proširenje postojeće perspektive.

### 3.2.3. Stabilni Levyjev proces

U 1960-ima, Benoît Mandelbrot<sup>16</sup>, Paul Samuelson i Eugene Fama<sup>17</sup> predložili su proučavanje financijskih tržišta pomoću ne-Gaussovog statističkog okvira koji je izravno inspiriran Levyjevim radom o stabilnosti distribucija vjerojatnosti i generalizaciji središnjeg graničnog teorema. Mandelbrot je bio prvi koji je to učinio pokušati upotrijebiti prošireni Gaussov okvir u financijama. Mandelbrot je pokazao kako se Levyjevi stabilni procesi mogu percipirati kao generalizacija Gaussova okvira zbog statističkog svojstva zvanog stabilnost. Stabilnost znači da se statističke karakteristike ne mijenjaju s vremenskim horizontom (Schinckus, 2013).

Općenito, Levyjeva stabilna distribucija predstavlja proces čiji su porasti nezavisni i stacionarni te slijede stabilan eksponencijalni zakon<sup>18</sup>  $P(X > x) = x^{-\alpha}$  u kojem je moguće pratiti konstantnost parametra  $\alpha$  (može imati vrijednost između 0 i 2).

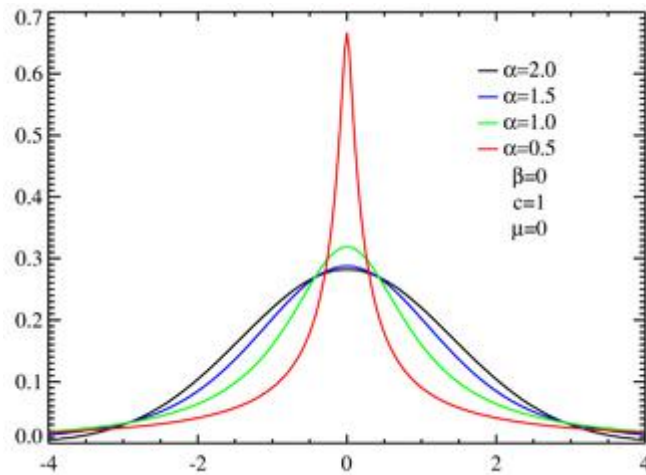
#### GRAFIKON 4 RAZLIČITI OBLICI STABILNE LEVYJEVE DISTRIBUCIJE

---

<sup>16</sup> Benoit Mandelbrot (1924.-2010.) bio je francuski matematičar rođen u Poljskoj, koji je poznat po razvoj fraktalne geometrije koju je pokušao primijeniti na veliku raznolikost pojava, uključujući financije. Šezdesetih godina bio je prvi koji je koristio stabilne Lévyjeve procese za opisivanje razvoja financijskih distribucija (njegov doktorski savjetnik bio je Paul Lévy). Radio je za kompaniju IBM više od 35 godina i imao je brojne akademske položaje.

<sup>17</sup> Eugene Fama (rođen 1939.) američki je ekonomist poznat po svojoj teoriji učinkovitog tržišta koju je osmislio dok je doktorirao 1960-ih. Fama je uglavnom radio u financijskoj ekonomiji i danas se smatra ključnim piscem u ovom području. Imao je poziciju u financijama na Sveučilištu u Chicagu nakon što je doktorirao na istom sveučilištu.

<sup>18</sup> U literaturi se ovaj zakon naziva i potencijalski zakon, engl. power law



(izvor: Wikipedia, url)

Stabilnost distribucije se odnosi na svojstvo da linearna kombinacija dviju neovisnih slučajnih varijabli ima istu distribuciju kao i svaka neovisna slučajna varijabla zasebno. Slučajnu varijablu nazivamo stabilnom ako je njena distribucija stabilna. Gaussova distribucija ( $\alpha = 2$ ) je specifičan slučaj stabilne Levyjeve distribucije. U osnovi, parametar  $\alpha$  naziva se “karakteristični eksponent” - on je pokazatelj leptokurtičnosti raspodjele i pokazuje njenu razinu statističke stabilnosti. Vrijednost ovog eksponenta određuje oblik distribucije: što je manji eksponent, širi su repovi distribucije, odnosno ekstremni događaji imaju veću vjerojatnost pojave. Drugim riječima, što je  $\alpha$  niži, to se češće opažaju ekstremni događaji (Schinckus & Jovanovic, 2017).

Ovisno o vrijednosti ovog parametra, možemo klasificirati neke dobro poznate statističke distribucije: za  $\alpha = 1$  imamo Cauchyjevu distribuciju, a za  $\alpha = \frac{3}{2}$  imamo Paretovu distribuciju. Kao što je već navedeno, Gaussova distribucija je poseban slučaj stabilnog Levyjevog procesa koja se javlja za  $\alpha = 2$ . Parametar  $\alpha$  je vrlo važan jer se može pokazati da standardna devijacija ne postoji kad je  $\alpha < 2$  i da aritmetička sredina ne postoji kad je  $\alpha \leq 1$ . Levyjevi procesi za koje vrijedi  $\alpha > 2$  nazivaju se nestabilnima.

U ekonofizičkoj literaturi, većina studija o fluktuacijama cijena dionica i obujmu trgovanja usredotočena je prvenstveno na pronalaženje nekih univerzalnih značajki koje se često promatraju u složenim sustavima s velikim brojem međusobno interagirajućih jedinica, kao što su polinomni zakoni, a modelirana su opažena statistička svojstva. Općenito govoreći, studije odnosa cijena dionica i obujma trgovanja su uglavnom bazirane na podacima, a modeli su u suštini više statistički nego ekonomski.

Ekonofizičari su najviše zainteresirani za modeliranje skokova, odnosno promjena, u cijenama dionica. To izvode pomoću tzv. Levyjevog procesa čistog skoka<sup>19</sup>. Ključna distinkcija za ekonofiziku je ona između Levyjevih procesa čistog skoka i procesa difuzijskog skoka.

Proces difuzijskog skoka je kombinacija mnoštva klasičnih procesa koji sadrže simulaciju varijacija velikih cijena, a distribucija svakog procesa ima konačnu standardnu devijaciju i konačnu varijaciju. Proces koji kombinira normalnu distribuciju i Poissonovu distribuciju je jedan primjer difuzijskog skoka. S druge strane, Levyjev proces čistog skoka ima distribuciju s beskonačnom standardnom devijacijom. Najvažnija osobina stabilnih Levyjevih procesa koja ih čini specifičnima je stabilnost. Kao što je već navedeno u nešto drukčijem kontekstu, to znači da će suma mnogo slučajnih varijabli koje imaju stabilne distribucije s istim parametrom  $\alpha$  i sama imati stabilnu distribuciju s parametrom  $\alpha$ . Druga značajna razlika između stabilnih procesa i procesa difuzijskog skoka je ta što stabilni Levyjevi procesi imaju beskonačnu aktivnost (beskonačan broj skokova u svakom vremenskom intervalu) i beskonačnu varijaciju, dok procesi difuzijskog skoka imaju konačnu aktivnost i konačnu varijaciju (Jovanovic & Schinckus, 2013).

### **3.3. Financijski vremenski nizovi**

Cijene roba ili imovine sastavni su dio vremenskih nizova. Različite vrste financijskih vremenskih nizova su zabilježene i proučavane desetljećima. Danas se bilježe sve transakcije na financijskom tržištu, što dovodi do ogromne količine dostupnih podataka, bilo besplatno na internetu ili komercijalno. Analiza financijskih vremenskih nizova od velikog je interesa za praktičnu ekonomiju kao i za teoriju, najviše za izvođenje zaključaka i predviđanja. Osim toga, stohastičke nesigurnosti svojstvene financijskim vremenskim nizovima i teoriji koja je potrebna za rješavanje tih problema, čini ovu temu posebno zanimljivom ekonomistima, stastičarima i fizičarima, zbog čega je postala jedna od osnovnih za primjenu ekonofizike u praksi (Tsay, 2002).

Vrijedni izdvojiti osnovnu razliku između vremenskih nizova i procesa slučajnog hoda. Kad bi vremenski nizovi bili slični slučajnom hodu ne bi bilo moguće predvidjeti buduća kretanja cijena koristeći kretanja cijena i trendove iz prošlosti (Bachelier, 1900 navedeno u Chakraborti et al. 2007).

---

<sup>19</sup> engl. pure-jump stable Levy process

Ako je  $P(t)$  cijena dionice ili dobra u vremenu  $t$  onda je 'log-povrat'<sup>20</sup> definiran kao  $r_t(t) = \ln P(t + \tau) - \ln P(t)$ , gdje je  $\tau$  vremenski interval.

Motiv fizičara u analizi financijskih podataka bio je pronaći zajedničke ili univerzalne zakonitosti u složenim vremenskim nizovima (različit pristup od onog ekonomista koji rade tradicionalnu statističku analizu financijskih podataka). Rezultati njihovih empirijskih studija o vremenskim nizovima cijena imovine pokazuju da naizgled slučajne varijacije cijene imovine dijele neka statistička svojstva koja su zanimljive, netrivialne i zajedničke za različitu imovinu, tržišta i vremenska razdoblja. U svom radu Chakraborti et al. (2007) ta univerzalna svojstva nazivaju stiliziranim empirijskim činjenicama<sup>21</sup>.

### 3.3.1. Stilizirane empirijske činjenice

Pojam stiliziranih činjenica u makroekonomiji se pojavio u radu Kaldora (1961) kako je navedeno u radu Chakrabortija et al. (2011), koji se zalagao za to da bi znanstvenik koji proučava fenomen trebao biti slobodan započeti svoje istraživanje sa stiliziranim pogledom na činjenice. U svom je radu izolirao nekoliko statističkih činjenica koje karakteriziraju makroekonomski rast tijekom dugih razdoblja i u nekoliko zemalja, i uzeo ove robusne obrasce kao polazište za teorijsko modeliranje.

Cijene imovine variraju, ponekad naglo i nekontrolirano. Prema ekonofizičkoj koncepciji financijskih tržišta cijene se promatraju kao fluktuirajuće makroskopske varijable koje su određene interakcijama velikog broja agenata. One su samo jedan od obzervabli složenog financijskog sustava. Za razliku od standardnog modela koji stilizirane činjenice promatra kao rezultat egzogenih čimbenika, ekonofizički pristup smatra ih svojstvima koja proizlaze iz unutarnje dinamike (interakcije koje se događaju između pojedinih trgovaca).

Lokalne interakcije trgovaca (mikrostruktura tržišta) određuju globalnu strukturu (makrofenomeni tržišta), koja se vraća trgovcima budućim ponašanjem. Ova se perspektiva razvila iz statističke fizike, koja se bavi mnogim međuovisnim dijelovima koji imitiraju ponašanje drugih dijelova<sup>22</sup>. U takvim slučajevima sustavi iznimno različitih konstitucija ponašaju se vrlo slično, što fizičari nazivaju univerzalnošću. Prema ekonofizici, financijska

---

<sup>20</sup>Logaritamski povrat, ili skraćeno 'log-povrat' za vremensko razdoblje je zbroj logaritamskih povrata svih dijelova vremenskog razdoblja. Na primjer, logaritamski povrat za godinu dana je zbroj logaritamskih povrata koji se vraćaju u danima u godini.

<sup>21</sup> engl. stylized empirical facts

<sup>22</sup> naziva se još i kolektivnom pojavom



tržišta su dio takvih sustava. Najjednostavnije objašnjenje je gledanje na financijska tržišta kao kompleksne sustave čije su “čestice” trgovci i koristiti iste metode kao u statističkoj fizici (Rickles, 2008).

Izraz “stilizirane empirijske činjenice” je usvojen da bi se opisale empirijske činjenice koje su se pojavile u statističkim studijama financijskih vremenskih nizova te koje su postojane i zajedničke za različita vremenska razdoblja, mjesta, tržišta, imovine itd.

Ova neobična statistička svojstva ekonomskih podataka dobro su poznata među ekonomistima, ali i dalje ostaju zagonetka za ekonomsku teoriju. Ta misterioznost je razlog zbog kojeg se fizičari uključuju u istraživanje; dok su neki ekonomisti pokušavali oporaviti stilizirane činjenice u svojim modelima, modeli nisu imali empirijsko utemeljenje - njihova jedina svrha bila je replicirati statistička svojstva na bilo koji način. Nasuprot tome, ekonofizičari koriste statistička svojstva kao polazište; temelj iz kojeg se mogu konstruirati realistični model.

Univerzalnost statističkih svojstva, odnosno činjenica da se iznova pojavljuju na mnogim i različitim financijskim tržištima, upućuje ekonofizičare na zajedničko podrijetlo i prema teoriji kritičkih fenomena (s pojmom univerzalnosti). Mnogi ekonofizičari svojim zadatkom smatraju traženje i rasvjetljavanje tog zajedničkog mehanizma. Stilizirane činjenice shvaćaju se kao nova svojstva složenih ekonomskih sustava. Ovdje stoga imamo istinski modernu i potencijalno važnu značajku ekonofizike: potragu za mehanizmima koji leže u suštini ekonomskih fenomena koristeći izravnu intuitivnu vezu između tih fenomena i aspekata statističke fizike (Rickles, 2008.)

Prema radovima Chakrabortija et al. (2007, 2009) istaknut će se najvažnije ekonofizičke činjenice koje vrijede za vremenske nizove:

#### **a) Debeli repovi**

Kao što je već objašnjeno, a i odavno poznato, empirijske distribucije za povrate i log-povrate imaju debele repove. Visoki povrati asimptotički prate polinomni zakon  $F(r_\tau) \sim |r|^{-\alpha}$  gdje je  $\alpha > 2$ . Najčešće vrijednosti  $\alpha$  se kreću između 2.8 i 3. Činjenica da je  $\alpha > 2$  isključuje stabilne distribucije sa beskonačnom varijancom.

#### **b) Agregatna normalnost distribucije**

Kako se povećava vremenska skala nad kojom se izračunavaju povrati, njihova distribucija se približava obliku normalne distribucije. Oblik je različit u različitim vremenskim razmacima.

Činjenica da se oblik distribucije mijenja s  $\tau$  jasno pokazuje da se slučajni proces na kojem se temelje cijene ima netrivialnu vremensku strukturu.

### c) Neprisutnost linearnih auto-korelacija

Auto-korelacija log-povrata,  $\rho(T) \sim r_\tau(t+T)r_\tau(t)$  rapidno pada na 0 za vremenski period  $t \geq 15$  minuta. Kada se  $\tau$  poveća, tjedni i mjesečni iznosi pokazuju neke auto-korelacije, ali statistički podaci variraju od uzorka do uzorka. Konačno, vrijedi zaključiti da da nema dokaza o korelacijama između uzastopnih povrata.

### d) Klasteriranje volatilnosti

Fluktuacije cijena nisu jednako raspodijeljene, a svojstva distribucije, kao što su apsolutni povrat ili varijance, mijenjaju se s vremenom. To se naziva 'vremenski ovisna' ili 'klasterirana' volatilnost. Mjerenje volatilnosti apsolutnih prinosa pokazuje pozitivnu auto-korelaciju tijekom dugog vremenskog razdoblja i pada približno kao polinomni zakon s eksponentom između 0.1 i 0.3. Stoga visoko volatilni događaji imaju tendenciju 'klasteriranja' u vremenu - velike promjene obično slijede druge velike promjene, a ista analogija vrijedi za male promjene.

## 3.3.2. Značenje vremena u stiliziranim činjenicama

Sve stilizirane činjenice prikazane su u fizičkom vremenu ili kalendarskom vremenu, tj. vremenski nizovi su indeksirani u satima, minutama, sekundama ili milisekundama. Statistički podaci dostupni na financijskim tržištima vremenski su označeni sve do razine milisekunde, ali veličina zajamčene preciznosti je mnogo šira, obično na razini jedne sekunde ili nekoliko stotina milisekundi.

Kalendarsko vrijeme je vrijeme koje se obično koristi za izračunavanje statističkih svojstava financijskih vremenskih nizova. To znači da računanje tih statistika uključuje uzorkovanje, koje može postati delikatna stvar kada se radi, primjerice s nekoliko dionica različite likvidnosti. Stoga se mogu koristiti tri druga načina za praćenje vremena (Chakraborti et al., 2011).

Prvi koncept koji će biti predstavljen je **vrijeme događaja**. Koristeći ovu mjeru, vrijeme se povećava za jednu jedinicu svaki put kada se jedna narudžba dostavi promatranom tržištu. Taj je okvir prirodan kada se radi o simulaciji financijskih tržišta. Glavni ishod vremena događaja je njegovo 'izglađivanje' podataka. U vremenu događaja prekid rada (npr. pauza za ručak) ili

izuzetna aktivnosti se izglađuju vremenskoj seriji, jer uvijek imamo jedan događaj po jedinici vremena.

Drugi način mjere je **vrijeme transakcije**. Koristeći ovo brojanje, vrijeme se povećava za jednu jedinicu svaki put kad se dogodi transakcija. Prednost ove mjere je da se ograničeni nalozi predaju daleko u knjizi narudžbi, te stoga mogu biti manje važni u odnosu na vremenske nizove cijena i ne povećavaju brojanje na satu za jednu jedinicu.

Posljednji način brojanja je **vrijeme otkućaja**. Koristeći ovaj broj, vrijeme se povećava za jednu jedinicu svaki put kada se cijena promijeni. Tako uzastopni tržišni nalozi postupno 'jedu' likvidnost sve dok se prva narudžba ne ukine.

### 3.3.3. Ekonofizički argument za financijske vremenske nizove

Jasno je da vremenski nizovi financijskog tržišta pokazuju statističke zakonitosti (bilo da se radi o zakonima ili ne). Ove zakonitosti imaju slične karakteristike onima koje poštuju drugi složeni sustavi u fizici kritičnih fenomena. Konkretno, stilizirane činjenice se mogu tumačiti kao zakoni skaliranja. Sljedeći argument može otkriti srž većeg dijela ekonofizičkog istraživanja:

- 1) Financijska tržišta su konstituirana od većeg broja međusobno djelujućih agenata.
- 2) Prema statističkoj fizici, prirodni sustavi koji su sačinjeni od velikog broja međusobno djelujućih individua poštuju skalirajuće zakone koji su univerzalni.
- 3) Financijska tržišta pokazuju univerzalne zakonitosti koje se pojavljuju kao stilizirane činjenice u svojim vremenskim serijama.

Zaključak: Stilizirane činjenice su skalirajući zakoni poput onih koji se pronalaze u statističkoj fizici.

Drugim riječima, s obzirom na to da financijska tržišta imaju fizički sastav sustava kojim se bavi statistička fizika (veliki broj pojedinaca koji međusobno djeluju) te da uz to vremenske serije pokazuju statističke regularnosti slično kao sustavi kojima se bavi statistička fizika, slijedi da je dobra strategija modeliranja primjena statističke fizike na financijska tržišta (Rickles, 2008).

Stanley (1996) ovo naziva 'argument plauzibilnosti' i tvrdi: "Jednostavno rečeno, statistički fizičari su utvrdili da fizički sustavi koji se sastoje od velikog broja čestica u interakciji poštuju univerzalne zakone koji su neovisni o mikroskopskim detaljima. Ovaj napredak je uglavnom rezultat razvoja teorije skaliranja. Budući da se ekonomski sustavi također sastoje od velikog broja interaktivnih jedinica, moguće je da se teorija skaliranja može primijeniti na ekonomiju."

S obzirom na to da su teorija skaliranja i teorija kritičnih fenomena povezani sa složenim sustavima, slijedilo bi da su financijska tržišta složeni sustavi, u smislu da prolaze fazne prijelaze i barem neko vrijeme postoji blizu kritičnosti, odnosno između reda i kaosa.

### **3.4. Modeli bazirani na agentima**

Modeli bazirani na agentima objašnjavaju ponašanje sustava simulirajući ponašanje svakog pojedinog agenta unutar njega. U ovom kontekstu agenti i sustavi u kojima žive mogu biti potrošači u gospodarstvu, ribe u moru, čestice u plinu ili čak galaksije u svemiru. Snaga ovih modela je u tome što pokazuju kako vrlo jednostavna ponašanja mogu stvoriti 'od dna prema gore' složenija ponašanja promatrana u stvarnom svijetu. Pristup od 'dna prema gore' je u suprotnosti s modelima 'od gore prema dnu' koji analiziraju kako će se agenti ponašati kolektivno, ponekad pretpostavljajući da su svi agenti identični.

Pristup rješavanju problema koji se temelji na agentu je započeo u fizici, ali se ubrzo proširio na mnoge druge znanstvene discipline uključujući biologiju, ekologiju, informatiku i epidemiologiju. Njegovo korištenje u ekonomiji je stvorilo mnoge korisne uvide, poput upotrebe statistike u financijskim tržištima i nastanka poslovnih ciklusa (Turrell, 2016.)

U ekonomskim modelima obično postoji reprezentativni agent, koji je 'savršeno racionalan' i koristi načelo maksimalizacije korisnosti prilikom djelovanja. Nasuprot tome, višeagentski modeli, koji potječu iz statističke fizike, omogućuju nadmašivanje teorije prototipa s 'reprezentativnim' agentom u tradicionalnoj ekonomiji (Chakraborti et al., 2010).

Model baziran na agentima sastoji se od tri elementa: agenata, sustava u kojem su agenti i vanjskog okruženja. Agenti na koje utječe vanjsko okruženje ponašaju se autonomno i međusobno djeluju u prostoru sustava (Quang, 2018).

Osnovne komponente modela temeljenog na agentu su sljedeće:

- 1) **Agent:** ima atribute i autonomna pravila ponašanja.
- 2) **Prostor sustava:** Agenti su definirani na prostoru sustava i međusobno djeluju s drugim agentima i okolinom u ovom prostoru.
- 3) **Vanjsko okruženje:** Agenti su okruženi vanjskim okruženjem koje utječe na njih.

Prvi ekonofizički modeli bazirani na agentima koji su pokušali oblikovati mehanizme financijskih tržišta nisu dobro prihvaćeni jer su vrlo kompleksni i funkcije korisnosti ne reflektiraju ono što je promatrano na financijskim tržištima. Kao primjere vrijedi navesti radove Stiglera (1964) i Garmana (1976) koji su napravljeni u polju bihevioralnih financija<sup>23</sup>. Ovi modeli su izgrađeni s agentima koji mogu zamijeniti udjele dionica prema egzogeno definiranim funkcijama korisnosti koje odražavaju njihovu preferencije i averziju prema riziku.

Punim razvojem ekonofizičke paradigme posljednjih dvadesetak godina došlo je do smislene promjene u modeliranju s mnogo jednostavnijim modelima koji implementiraju isključivo dobro definirano i realistično ponašanje. U svim tim modelima, varijacija cijena izravno proizlazi iz viška potražnje. Na svaki vremenski korak, svi agenti dostavljaju naloge i rezultirajuća se cijena izračunava. Dakle, sve je “očišćeno” u svakom od vremenskih koraka i ne postoji struktura koja prati narudžbe (Chakraborti et al., 2011).

Slijedeći ovaj trend modeliranja, manje-više “racionalni” agenti u ekonomskim modelima nestaju i zamijenjeni su sa konceptom toka; narudžbe više nisu dostavljene od strane agenta koji se ponaša strateški, već se promatraju kao pridošli tok čija je svojstva istražuju empirijskim opažanjima mehanizama tržišta. Dakle, modeliranje knjiga narudžbi<sup>24</sup> zahtijeva više stiliziranih činjenica, tj. empirijskih svojstava koja se mogu uočiti na velikom broju tržišta na temelju narudžbe (Chakraborti et al., 2011).

Proučavaju se tržišni nalozi, ograničeni nalozi te vrijeme dolaska i smještaja. U svojim djelima Bouchaud et al. (2002) i Potters & Bouchaud (2003) daje statističke značajke reda samih knjiga narudžbi. Ove su empirijske studije temelj modela nulte inteligencije, u kojima

---

<sup>23</sup> Ovo znanstveno polje za cilj ima unaprijediti financijsko modeliranje zasnovano na psihologiji i sociologiji investitora

<sup>24</sup> Knjiga narudžbi je elektronički popis naloga za kupnju i prodaju za određeni vrijednosni ili financijski instrument organiziran prema razini cijene. U knjizi narudžbi navodi se broj dionica koje se ponude ili nude pri svakoj cijeni ili dubini tržišta. Također identificira tržišne sudionike iza naloga za kupnju i prodaju, iako neki odlučuju ostati anonimni.

se očekuje da se stilizirane činjenice reproduciraju svojstvima narudžbenih tokova i strukturom same knjige narudžbi, bez obzira na egzogenu i diskutabilnu racionalnost.

### 3.4.1. Modeli nulte inteligencije

Prema Ladleyu (2004) koncept nulte inteligencije je vrlo jednostavan. Preciznim modeliranjem tržišnog mehanizma uz pretpostavku da pojedinci nemaju strategiju i ponašaju se nasumično posljedice tržišnih mehanizama može se empirijski promatrati. Prema tome, efekti koji se ne promatraju ne mogu se pojaviti isključivo zbog tržišnog mehanizma i stoga moraju zahtijevati interakciju bezbrojnih suptilnih strategija koje koriste sudionici na tržištu. U tom slučaju moguće je izdvojiti učinke tržišnih mehanizama i strategija trgovaca te odrediti pokretačke sile unutar tržišta.

U pionirskim modelima Stiglera (1964) i Garman (1976), narudžbe se dostavljaju isključivo na slučajan način na mreži mogućih cijena. Trgovci ne promatraju tržište i ne djeluju u skladu s danom strategijom. Dakle, ova dva doprinosa jasno predstavljaju preteču modela nulte inteligencije.

U svom radu Gode i Sunder (1993) prvi su konkretno uveli izraz “nulta inteligencija” kako bi se opisalo nestratesko ponašanje trgovaca. Primjenjuje se na trgovce koji dostavljaju slučajne narudžbe na tržištu dvostrukih aukcija<sup>25</sup>. Izraz se od ovog rada počeo široko koristiti u modelima baziranim na agentima, ponekad s malo drugačijim značenjem. Spomenuti autori su obradili dva tipa trgovaca nulte inteligencijom. Prvi tip su neograničeni trgovci s nulte inteligencije. Ovi agenti mogu slati slučajne narudžbe po slučajnim cijenama u dozvoljenom pragu cijena. Drugi tip su ograničeni trgovci nulte inteligencije. Ovi agenti također dostavljaju slučajne narudžbe, ali s ograničenjem da ne mogu prijeći svoju navedenu referentnu cijena - ograničenim trgovcima nulte inteligencije nije dopušteno kupovati ili prodavati s gubitkom.

Cilj autora bio je pokazati da tržišta dvostrukih aukcija pokazuju unutarnju alokativnu učinkovitost<sup>26</sup> čak i kod trgovaca nulte inteligencije. Zanimljiva je činjenica da su njihovom

---

<sup>25</sup> Dvostruka aukcija je postupak kupnje i prodaje robe kada potencijalni kupci podnesu svoje ponude, a potencijalni prodavači istodobno dostavljaju svoje cijene na aukcionara, a onda aukcionar odabere neku cijenu  $p$  koja briše tržište: svi prodavači koji su tražili manje od  $p$  prodaju, a svi kupci koji ponude više od  $p$  kupuju po zadanoj cijeni  $p$ . Kupci i prodavači koji ponude ili traže točno  $p$  također su uključeni.

<sup>26</sup> omjer između ukupnog iznosa dobiti trgovaca podijeljen s maksimalnom mogućom dobiti

eksperimentu serije cijena koje proizlaze iz djelovanja trgovaca nulte inteligencije mnogo volatilnije od onih dobivenih kod ograničenih trgovaca. Ta će činjenica postati značajna te biti potvrđena u budućim modelima gdje fundamentalistički trgovci, koji imaju referentnu cijenu, stabiliziraju tržište. Moderni radovi iz ekonofizike mnogo duguju ovim ranijim doprinosima.

### 3.4.2. Ekonofizičko modeliranje narudžbi

Počevši od sredine 1990-ih, fizičari su predložili jednostavne modele knjige narudžbi, inspirirane analogijom “narudžba = čestica”. U ovom podpoglavlju će se predstaviti najrelevantniji modeli.

Knjige narudžbi kao reakcijsko-difuzijski model

Vrlo zanimljiv model preuzet izravno iz fizike predstavili su Bak et al. (1997). Autori razmatraju tržište s  $N$  trgovaca koji mogu razmjenjivati jednu dionicu u isto vrijeme. U ovom modelu narudžbe se tretiraju kao čestice koje se gibaju na liniji cijene, a čije slučajne kolizije predstavljaju transakcije.



SLIKA 1 ILUSTRACIJA MODELA BAKA ET AL. (1997)

BIJELE ČESTICE (KUPOVNE NARUDŽBE, PONUDE) GIBAJU SE S LIJEVE STRANE, A CRNE ČESTICE (PRODAJNE NARUDŽBE, UPITI) GIBAJU SE S DESNE STRANE (CHAKRABORTI ET AL., 2011)

U istom duhu, Maslov (2000) u svom radu pokušava unaprijediti model Baka et al. (1997) tako što je dodao posebno značajke vezane uz mikrostrukturu (organizaciju) tržišta.

Dodatni korak su napravili Challet & Stinchcombe (2000) koji su nadogradili Maslovljev model tako što su uzeli u obzir dvije čestice (ponuda i potražnja) koje mogu biti okarakterizirane kroz tri potencijalna stanja: depoziciju, uništenje i poništavanje.

Svi ovi radovi mogu biti okarakterizirani kao metodološki neekonomski radovi bazirani na agentima koji se svode na mikrointerakcije. Prema ovoj perspektivi, ekonofizičari definiraju

algoritme koji generiraju mikrointerakcije koji su ispunjeni u kontekstu fizički plauzibilnih događaja. Stoga, agenti i njihove interakcije se svode na događaje obično korištene u fizičkim sistemima, primjerice potencijalna stanja, termalne značajke ili magnetske dimenzije. Sva tri prikazana modela sukcesivno su izolirala osnovne mehanizme koji se koriste pri simuliranju realnog tržišta: jedna je narudžba najmanji entitet modela; podnošenje jednog naloga je vremenska dimenzija i poništavanje narudžbi je dozvoljeno.

#### Mike-Farmerov (MF) model

U svom radu Mike & Farmer (2008) su upotrijebili složene empirijske distribucije za podatke tržišta prilikom modeliranja. To je prvi model koji predlaže naprednu kalibraciju na tržišnim podacima kao, primjerice, za stavljanje i poništavanje narudžbe. Što se tiče volumena i vremena dolaska, pretpostavke prethodnih modela i dalje stoje: svi nalozi imaju isti volumen i diskretno vrijeme događaja se koristi za simulaciju, tj. jedna narudžba se šalje po vremenskom koraku. Autori su opisali likvidnost i volatilitnost u tržišnom toku preko polinomnog zakona, te su kroz njihovu distribuciju analizirane i financijske autokorelacije.

Na tržištima koja se baziraju na narudžbama glavni je mehanizam trgovanja kontinuirana dvostruka dražba. Pasivni trgovci su strpljivi i postavljaju djelotvorne narudžbe pohranjene u knjizi naloga čekajući izvršenje, dok su agresivni trgovci nestrpljivi i podnose učinkovite tržišne naloge koji se odmah izvršavaju. Narudžbe koje čekaju u knjizi ograničenih naloga ili su zadovoljni budućim učinkovitim tržišnim nalogima ili otkazani. Prema tome, kontinuirana dvostruka dražba može se simulirati ako su poznate zakonitosti koje reguliraju dinamičke procese plasmana narudžbi i odgoda. Većina modela koji su bazirani na narudžbama također prate ovaj okvir (Gu & Zhou, 2008).

### **3.5. Financijski slomovi**

Još jedna zanimljiva mogućnost primjene ekonofizike u praksi je prognoziranje financijskih slomova i posljedično, upravljanje nad njima i prevencija istih. Iz ekonofizičke perspektive, financijska tržišta su okarakterizirana transformacijama koje se inače koriste u faznim tranzicijama kritičnih fenomena<sup>27</sup> (Jovanovic & Schnickus, 2016). Prema ovom načinu

---

<sup>27</sup> Fazni prijelazi kritičnih fenomena su promjene sustava iz jednog režima ili stanja u drugo koje pokazuju vrlo različita svojstva i neobične učinke koji se javljaju na granici između njih. Promjena stanja stvari, kao što je od krutog do tekućeg, klasičan je primjer.



konceptualiziranja slomova, sve važne transformacije zabilježene na financijskim tržištima se gledaju kao prijelaz iz jedne faze u drugu. Evolucija se statistički može opisati potencijalnim zakonom. Prema ovom razmišljanju, ekonofizičari koriste hipotezu o skaliranju.

Sornette i Woodard (2010) kako je navedeno u Jovanovic & Schinckus (2016) u svom radu su detaljnije objasnili: “Prema ovom kritičkom načinu razmišljanja, specifičan stil prema kojem se događa kolaps cijena nije glavni problem: slom se događa jer je tržište ušlo u nestabilnu fazu i svaki mali proces ili ometanje može otkriti prisutnost nestabilnosti. Kolaps se u suštini događa zbog nestabilne pozicije; momentalni uzrok kolapsa je sekundarne prirode. U istom duhu, porast osjetljivosti ili nestabilnosti tržišta blizu kritične točke može objasniti zašto su pokušaji određivanja uzroka kolapsa davali raznolike rezultate.” Vrijedi zaključiti da ekonofizika opisuje pojavu financijskog sloma kao nastanak kritične točke unutar kompleksnog sustava.

Tržišno ponašanje koje možemo nazvati financijskim slomovima se modeliralo pomoću ideja iz statističke fizike. U svom radu Sornette et al. (1996) su ukazali da većina ekonomskih indikatora slijedi potencijalni zakon s kompleksnim eksponentom  $m = m' + i m''$ . Pukotina se javlja u vremenu sloma,  $t = t_c$ . Ovaj zakon je sličan onome kod kritičnih točki u faznim tranzicijama drugog reda ali generaliziran je za tranzicije kod kojih postoji diskretna skalirajuća invarijantnost.

Vandewalle et al. (1998, navedeno u Ausloos, 2013) tvrde da je univerzalni eksponent  $m$  vrijednošću blizak 0, odnosno divergencija financijskog indeksa  $y_t$  za  $t$  blizak  $t_c$  se ponaša slično kao logaritamska funkcija. Ovo ponašanje korespondira sa specifičnom toplinom magnetskog Ising modela. Zaključak kojeg vrijedi istaknuti je da oscilacije financijskih indeksa prije slomova slijede divergentno i logaritamsko periodično ponašanje.

Mnoge kasnije istraživanja su omogućila da se shvati da divergencija i logaritamska periodičnost oscilacija mogu nastati kada sustavi predstavljaju endogena diskretna invarijantna skala, odnosno kad sustav (u ovom slučaju tržište) ima unutarnju strukturu koja se može reproducirati na različitim razinama. To sugerira da je financijski slom uzrokovan ograničenim brojem agenata (skupinom najvažnih / najaktivnijih) koji pokreću lavinu. Stoga se smatra da postoje dvije osnovne kategorije financijskih slomova: endogene i egzogene (Ausloos, 2013).

Egzogeni slomovi trebali bi se pojaviti iznenada jer ih pokreću kvazi-neočekivane vijesti ili u fizičkim terminima "vanjska polja". Dakle, teže ih je predvidjeti. Čini se da se pojavljuju češće od endogenih slomova. Osim toga, studije statističke fizike o potaknutim faznim prijelazima pokazuju da treba očekivati manje univerzalne značajke u egzogenim šokovima. U vezi s tim, treba napomenuti da je studija prodaje, pokazuje različit raspon vremena opuštanja (Lambiotte & Ausloos, 2006). Prema studijama, vrijeme relaksacije je dvostruko kraće u endogenim šokovima nego u egzogene. Stoga su egzogena i endogena prodaja nakon šokova diskriminirane njihovim kratkoročnim ponašanjem. Mnoga istraživanja u ekonofizici odnose se na oporavak financijskih indeksa nakon sudara, ali još mnogo toga treba učiniti kako bi se povezala takvi jednostavni analitički zakonima s temeljnim zakonima ekonomije u širem smislu (Ausloos, 2013).

Fizičari analiziraju financijske podatke kako bi pronašli ima li točka loma u nizu prekursora. U analizi podataka koja se najčešće provodi po ovom pitanju, ciljni datum pada predstavlja krajnji datum pauze ako burzovni indeksi nastave svoj izvanredni rast. Studija se sastoji od promatranja da li velika korekcija postaje sve više i više neizbježna, čak iako može imati nekoliko različitih oblika. Druga ispitna točka je amplituda sloma. Konačno, trajanje sloma i potresa su otvorena i zanimljiva pitanja (Ausloos, 2013).

Mnogi drugi događaji bi trebali biti uzeti u obzir prilikom predviđanja i opisivanja financijskog sloma. Financijski mjehurići i slomovi povezani su s fenomenom grupiranja volatilnosti, tj. postojanjem uzastopnih razdoblja malih i velikih amplituda fluktuacija indeksa. Grupiranje volatilnosti se vidi kroz autokorelacijsku funkciju amplituda fluktuacija indeksa. Zanimljivo je da se autokorelacijska funkcija smanjuje kao potencijski zakon, kao autokorelacijska funkcija, blizu kritičnog (termodinamičkog) faznog prijelaza, npr. osjetljivost u magnetskim sustavima.

Slično tome, obujam trgovanja pozitivno je povezan s tržištem volatilnošću, a obujam trgovanja i volatilnost pokazuju isti tip ponašanja duge memorije. Ako uzmemo u obzir da tržište postaje sve više i više osjetljivo na poremećaje, kao kad se parametar narudžbe približava kritičnoj tranziciji država. Slučajno mala fluktuacija zbog nekog proizvoljnog agenta može pokrenuti kaskadno odgovor tržišta. To također podsjeća na fenomene prekida, kao na samoorganiziranu kritičnost (SOC), tj. tendenciju disipativnih sustava da se spontano razviju u "kritično" stanje.

### 3.6. Statistička mehanika novca, bogatstva i dohotka

Povijesno gledano, statistička mehanika je razvijena u drugoj polovici devetnaestog stoljeća od strane Jamesa Clerk Maxwella, Ludwiga Boltzmann i Josiaha Willarda Gibbsa. Ovi fizičari vjerovali su u postojanje atoma i razvili su matematičke metode za opisivanje njihovih statističkih svojstava. Razlozi korištenja statističke mehanike u ekonomiji su već obrazloženi, a najbolju usporedbu temeljnih jedinica proučavanja u ekonomiji i statističkoj fizici daje sam Ludwig Boltzmann (1905, navedeno u Ball, 2004): “Molekule su kao pojedinci. Svojstva plinova ostaju nepromijenjena samo jer je broj tih molekula, koji u prosjeku ima zadano stanje, konstantan.”

Kada je moderna ekonofizika započela s radom u sredini 90-ih godina njena je pozornost prvenstveno bila usmjerena na analizu financijskih tržišta. Ubrzo nakon toga pojavio se drugi smjer bliži ekonomiji nego financijama koji proučava distribucije vjerojatnosti novca, bogatstva i dohotka u društvu i preklapa se s dugogodišnjom linijom istraživanja u ekonomiji koja proučavaju nejednakost u društvu. U ovom poglavlju će se proučiti mogućnosti upotrebe ekonofizike kod proučavanja raspodjela novca, bogatstva i dohotka.

#### 3.6.1. Statistička mehanika distribucije novca

Inspirirani Boltzmannovom kinetičkom teorijom kolizija čestica u plinovima, ekonofizičari su uveli ekonomski pristup s dva tijela, gdje agenti obavljaju ekonomske transakcije u paru i prenose novac od jednog agenta do drugog (Yakovenko & Rosser, 2009). Zanimljivo je da proučavanje transferiranja novca u paru i rezultirajuća statistička distribucija novca praktički nemaju svoj analog u modernoj ekonomiji, tako da su ekonofizičari ovdje pokrenuli novi smjer.

#### Boltzmann-Gibbsova distribucija energije

Temeljni zakon ravnotežne statističke mehanike je Boltzmann-Gibbsova distribucija. Ona govori da je vjerojatnost  $P(\epsilon)$  pronalaženja fizičkog sustava ili podsustava u stanju s energijom  $\epsilon$  dana eksponencijalnom funkcijom:

$$P(\epsilon) = ce^{-\epsilon/T}$$

gdje je  $T$  temperatura, a  $c$  normalizirajuća konstanta. Ovdje postavljamo Boltzmannovu konstantu  $k_b$  u jedinicu odabirom energetskih jedinica za mjerenje fizikalne temperature  $T$ . Tada se može dobiti vrijednost očekivanja bilo koje fizikalne varijable  $T$  kao:

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_k x_k e^{-\epsilon_k/T}}{\sum_k e^{-\epsilon_k/T}},$$

gdje je suma uzeta preko svih stanja sustava. Temperatura je jednaka prosječnoj energiji po čestici  $T \sim \langle \epsilon \rangle$ .

Boltzmannov način za derivaciju formule za vjerojatnost  $P(\epsilon)$  uključuje koncept entropije. Razmotrimo  $N$  čestica s ukupnom energijom  $E$ . Podijelimo os koja predstavlja energiju na manje intervale širine  $\Delta\epsilon$  i pobrojimo broj čestica  $N_k$  koje imaju energije od  $\epsilon_k$  do  $\epsilon_k + \Delta\epsilon$ . Omjer  $N_k/N = P_k$  daje vjerojatnost da čestica ima energiju  $\epsilon_k$ . Entropiju definiramo kao termodinamička veličinu koja predstavlja neraspodjivost toplinske energije sustava za konverziju u mehanički rad, često se tumači kao stupanj nereda ili slučajnosti u sustavu

Konzervacija novca

Izvodi prikazani u prethodnom potpoglavlju su vrlo općeniti i koriste samo statističke karakteristike sustava i zakon o očuvanju energije. Dakle, može se očekivati da se eksponencijalna Boltzmann-Gibbsova distribucija može primjenjivati na druge statističke sustave s konzerviranom veličinom.

Gospodarstvo je veliki statistički sustav s milijunima sudionika, tako da je obećavajuća meta za primjenu statističke mehanike. Postoji li konzervirana veličina u gospodarstvu? Dragulescu i Yakovenko (2000) tvrde da je takva konzervirana količina novac  $m$ . Doista, obični ekonomski agenti mogu samo primiti novac i davati novac drugim agentima. Nije im dozvoljeno "proizvoditi" novac, npr. za ispis novčanice dolara.

Razmotrimo ekonomsku transakciju između agenata  $i$  i  $j$ . Kada agent  $i$  plaća novac  $\Delta m$  agentu  $j$  za neku robu ili usluge, novčane ravnoteže agenata mijenjaju se kako slijedi:

$$m_i \rightarrow m'_i = m_i - \Delta m,$$

$$m_j \rightarrow m'_j = m_j + \Delta m.$$

Ukupna količina novca od dva agenta prije i nakon transakcije ostaje jednaka:

$$m_i + m_j = m'_i + m'_j,$$

odnosno postoji lokalno očuvanje novca. Navedeno pravilo za transakciju novca analogno je prijenosu energije iz jedne molekule u drugu u molekularnim sudarima u plinu, a jednadžba o ukupnoj količini novca analogna je očuvanju energije u takvim sudarima.

Vrijedi naglasiti da u model Dragulescu i Yakovenka (2000) prijenos novca od jednog agenta do drugog predstavlja plaćanje robe i usluga u tržišnom gospodarstvu. Međutim, model Dragulescu i Yakovenka (2000) prati samo tok novca, ali ne prati koje su usluge i robe isporučeni. Jedan razlog za ovo je što su mnoga dobra (npr. hrana i druge namirnice), kao i većina usluga (npr. šišanje ili odlazak na film) neopipljivi i nestaju nakon konzumacije.

Zato što nisu sačuvani kao i zato mjere se u različitim fizičkim jedinicama, nije praktično pratiti ih. Nasuprot tome, novac se mjeri se u istoj jedinici<sup>28</sup> i konzervira se u lokalnim transakcijama, tako da je jednostavno i praktično pratiti novčani tok. Također je važno naglasiti da porast u materijalnoj proizvodnji ne uzrokuje automatsko povećanje novčane mase. Primjerice, agenti mogu uzgajati jabuke na drveću, ali novac ne može rasti novac na drveću. Samo središnje banka ima monopol na promjenu monetarne baze  $M_b$  (McConnell & Brue, 1996 navedeno u Yakovenko & Rosser, 2009).

Za razliku od običnih ekonomskih agenata, središnja banka ili vlada može ubrizgati novac u gospodarstvo te tako mijenja ukupnu količinu novca u sustavu. Taj je proces analogan ulasku energije u sustav iz vanjskih izvora (npr. Zemlja prima energiju od sunca). Kako bi se suočili s tim situacijama, fizičari započinju s idealizacijom zatvorenog sustava u termalnoj ravnoteže, a zatim generalizirati na otvoreni sustav koji podliježe energetske protoku. Sve dok je stopa priljeva novca priljev središnjih izvora spora u usporedbi s relaksacijskim procesima u gospodarstvu i ne uzrokuje hiperinflaciju, sustav je u kvazi-stacionarnoj statističkoj ravnoteži s polako promjenjivim parametrima<sup>29</sup>.

Potencijalni problem s očuvanjem novca je dug (Yakovenko & Rosser, 2009). U svom modelu Dragulescu i Yakovenko koriste jednostavne modele u kojima dug nije dozvoljen. Stoga, njihov model znači da novčane bilance agenata ne mogu ići ispod nule:  $m_i \geq 0$  za sve  $i$ .

---

<sup>28</sup> unutar određene zemlje s jedinstvenom valutom

<sup>29</sup> Ova situacija je analogna zagrijavanju čajnika na plinskom štednjaku, gdje čajnik ima dobro definiranu, ali polako rastuću temperaturu u bilo kojem trenutku.

Transakcija se odvija samo kada agent ima dovoljno novca da plati cijenu:  $m_i \geq \Delta m$ . U protivnom se transakcija ne odvija. Ako agent troši sav novac, ravnoteža pada na nulu  $m_i = 0$ , tako da agent ne može kupiti robu od drugih agenata. Međutim, taj agent i dalje može primiti novac od drugih agenata za isporuku robe ili usluga. U stvarnim situacijama, ravnoteža novca koja pada na nulu uopće nije neobična za ljude koji žive od plaće do plaće.

Provedba lokalnog zakona o očuvanju novca je ključno obilježje za uspješno funkcioniranje novca<sup>30</sup>. Da je agentima dopušteno “proizvoditi” novac, oni bi ispisivali novac i kupovali sva dobra ni za što, a to bi predstavljalo katastrofu. Fizički medij novca u modelu nije bitan, sve dok se provodi lokalni zakon o očuvanju. Novac može biti u obliku papirnate valute, ali danas je češće reprezentiran sa znamenkama na računalnim bankovnim računima. Lokalni zakon o očuvanju je u skladu s temeljnim načelima računovodstva.

#### Boltzmann-Gibbsova distribucija novca

Prepoznajući načelo očuvanja lokalnog novca, Dragulescu i Yakovenko (2000) tvrde da bi stacionarna raspodjela novca  $P(m)$  trebala biti dana eksponencijalnom Boltzmann-Gibbsovom funkcijom analognoj onoj za distribuciju energije u statističkoj mehanici:

$$P(m) = c e^{-m/T_m}.$$

Ovdje  $c$  predstavlja normalizirajuću konstantu, a  $T_m$  ‘temperaturu novca’, koja je jednaka prosječnoj količini novca po agentu:  $T = \langle m \rangle = M/N$ , gdje  $M$  predstavlja ukupni novac, a  $N$  je broj agenata.

Da bi potvrdili ovu pretpostavku, Dragulescu i Yakovenko (2000) izvršili su računalne simulacije prijenosa novca između agenata. U početku je svim agentima dan isti iznos

---

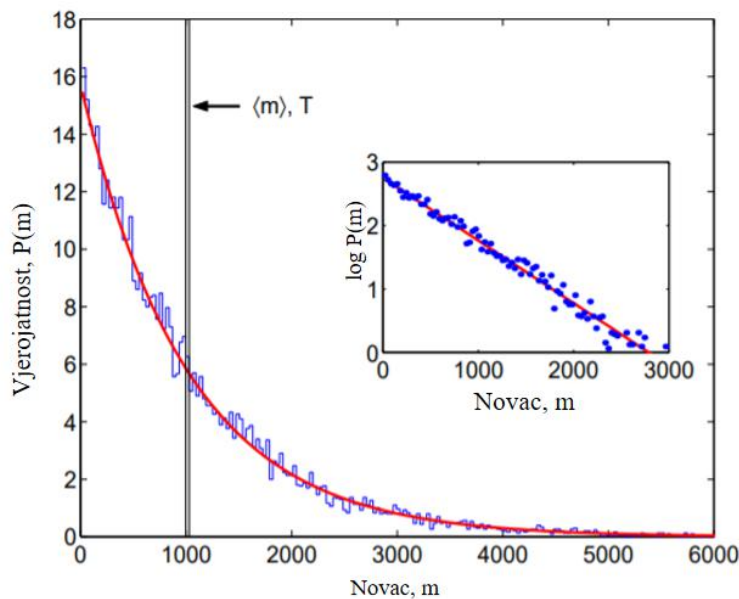
<sup>30</sup> Prikladno je pojednostaviti makroekonomske idealizacije, kako je opisano u modelu, kako bi se osigurala ukupna stabilnost sustava i postojanje statističke ravnoteže. Koncept “ravnoteže” vrlo je često idealizacija u ekonomskoj literaturi, iako stvarne ekonomije možda nikada neće biti u ravnoteži. Ovdje se ovaj koncept proširuje na statističku ravnotežu, koja je karakterizirana stacionarnom razdiobom vjerojatnosti novca  $P(m)$ , za razliku od mehaničke ravnoteže, gdje se “sile” potražnje i ponude podudaraju.

novca, primjerice, 1000 dolara. Zatim, par agenata  $(i, j)$  je nasumično odabran, količina  $\Delta m$  je prebačen s jednog agenta na drugog, i cijeli postupak je ponovljen mnogo puta.

Vremenska evolucija distribucije vjerojatnosti novca  $P(m)$  je prikazana na ilustraciji. Nakon prijelaznog razdoblja, distribucija novca konvergira u stacionarni oblik. Kako je i očekivano, distribucija se dobro preklapa s eksponencijalnom funkcijom (Yakovenko & Rosser, 2009).

GRAFIKON 5 STACIONARNA DISTRIBUCIJA  $P(m)$  DOBIVENA U RAČUNALNIM  
SIMULACIJAMA DRAGULESCUA I YAKOVENKA (2000)

PUNA CRTA PREDSTAVLJA BOLTZMANN-GIBBSOV ZAKON



(izvor: YAKOVENKO, 2007, P.5)

Nekoliko različitih pravila je razmatrano za  $\Delta m$  od Dragulescua i Yakovenka (2000). U jednom modelu transferirani iznos je fiksiran na konstantu  $m = 1\$$ . Ekonomski, to znači da su svi agenti prodavali svoje proizvode za istu cijenu  $m = 1\$$ . Inicijalna distribucija novca prvo se širi na simetričnu Gaussovu krivulju, karakterističnu za difuzijski proces. Nakon toga distribucija se počinje gomilati oko  $m = 0$  stanja, koje predstavlja nepremostivu barijeru, zbog prethodnog uvjeta  $m \geq 0$ . Kao rezultat,  $P(m)$  postaje

asimetrična i eventualno doseže stacionarni eksponencijalni oblik, što je prikazano na ilustraciji. Granica na  $m = 0$  je analogna osnovnom stanju<sup>31</sup> energije iz statističke fizike.

Računalne simulacije (Chen & Yakovenko, 2007) još pokazuju kako se entropija distribucije novca, definirana kao  $S/N = \sum_k P(m_k) \ln P(m_k)$  raste iz početne vrijednosti  $S = 0$ , gdje svi agenti imaju istu količinu novca, do maksimalne vrijednosti u statističkoj ravnoteži.

Dok je model s  $\Delta m = I$  vrlo jednostavan i ilustrativan, nije realan, jer su sve cijene postavljene kao jednake. U drugom modelu kojeg razmatraju Dragulescu i Yakovenko (2000),  $\Delta m$  u svakoj transakciji uzima se kao slučajni dio prosječnog iznosa novca po agentu, odnosno  $\Delta m = v (M/N)$ , gdje je  $v$  jednoliko distribuiran broj između 0 i 1.

Slučajna raspodjela  $\Delta m$  predstavlja širok raspon cijena za različite proizvode u realnom gospodarstvu. To odražava činjenicu da agenti kupuju i konzumiraju mnogo različitih vrsta proizvoda; neki od njih oni su jednostavni i jeftini, a neki sofisticirani i skupi. Štoviše, različiti agenti vole konzumirati ove proizvode u različitim količinama, tako da postoji varijacija na plaćene iznose  $\Delta m$ , čak i kada je jedinična cijena istog proizvoda konstantna (Yakovenko & Rosser, 2009).

Modeli parnog prijenosa novca atraktivni su u svojoj jednostavnosti, ali predstavljaju primitivno tržište. U modernoj ekonomiji dominiraju velike tvrtke, koje se sastoje od mnogih agenata, tako da su Dragulescu i Yakovenko (2000) također proučavali model s tvrtkama. Jedan po jedan agent je zaposlen tako da postane "tvrtka". Tvrtka posuđuje kapital  $K$  od drugog agenta i vraća ga s kamatom  $h K$ , zapošljava  $L$  agenata i plaća im plaću  $\omega$ , proizvodi  $Q$  jedinica proizvoda koje prodaje  $Q$  agenata po cijeni  $p$ , i prima profit  $F = pQ - \omega L - h K$ . Svi ovi agenti su nasumično odabrani. Agregatna krivulja ponude i potražnje dolazi u obliku  $p(Q) = v/Q^\eta$ , gdje je  $Q$  količina koju bi kupci kupili po cijeni  $p$ , a  $\eta$  i  $v$  su neki parametri. Funkcija proizvodnje tvrtke ima tradicionalni Cobb-Douglasov<sup>32</sup> oblik:  $Q(L, K) = L^\chi K^{1-\chi}$ , gdje je  $\chi$  parametar. Tada je profit tvrtke  $F$  maksimiziran s

---

<sup>31</sup> engl. ground state

<sup>32</sup> Cobb-Douglasova proizvodna funkcija je poseban funkcionalni oblik proizvodne funkcije, koja se široko koristi za predstavljanje tehnološkog odnosa između iznosa dvaju ili više inputa (posebno fizičkog kapitala i rada) i količine proizvodnje koja se može proizvesti tim inputima. , Cobb-Douglasov oblik razvijen je i testiran protiv statističkih dokaza Charlesa Cobba i Paula Douglasa u razdoblju 1927–1947.



obzirom na  $K$  i  $L$ . Ukupni rezultat tvrtkine aktivnosti je transfer novca između više tijela, koji i dalje zadovoljava zakon očuvanja novca.

### Modeli s dugom

Kao što je već spomenuto, rezultati modela se značajno mijenjaju kad je dug dozvoljen. Sa stajališta pojedinačnih ekonomskih agenata, dug se može smatrati negativnim novcem. Kad agent posuđuje novac od banke (ovdje se smatra kao veliki rezervoar novca), gotovinsko stanje agenta (pozitivan novac) se povećava, ali agent također stječe dug (negativni novac), dakle ukupna ravnoteža (neto vrijednost) agenta ostaje ista. Dakle, čin posudbe novca još uvijek zadovoljava opći zakon o očuvanju ukupnog novca (neto vrijednost), koji se sada definira kao algebarski zbroj pozitivnih (gotovina  $M$ ) i negativnih (dug  $D$ ) doprinosa.

Nakon što potroši nešto novca u binarnim transakcijama, agent još uvijek ima dugovnu obvezu (negativni novac), tako da ukupna novčana ravnoteža  $m_i$  agenta (neto vrijednost) postaje negativna. Vidimo da se granični uvjet  $m_i \geq 0$ , o kojem se raspravlja u prethodnom potpoglavlju, ne primjenjuje s kada je dug dopušten, tako da  $m = 0$  više nije osnovno stanje. Posljedica dozvoljavanja duga u modelu nije kršenje zakona o očuvanju, koji je još uvijek sačuvan u generaliziranom obliku za neto vrijednost, već modifikacija graničnog uvjeta dopuštajući agentima da imaju negativne bilance  $m_i < 0$  neto vrijednosti (Yakovenko & Rosser, 2009).

Iskustvo s financijskim krizama govori nam da ekonomski sustav ne može biti stabilan ako se dozvoli neograničen dug. U ovom slučaju, agenti mogu kupiti bilo koju robu bez ikakve proizvodnje u zamjenu za jednostavan odlazak u neograničeni dug. Vraćajući se nazad na idealizirani model transfera novca, trebalo bi biti nametnuti neku vrstu modificiranih graničnih uvjeta kako bi se spriječio neograničen rast duga i osigurala ukupna stabilnost sustava.

Dragulescu i Yakovenko (2000) razmatrali su jednostavan model u kojem je maksimalni dug svakog agenta ograničen na određenu količinu  $m_d$ . To znači da je granični uvjet  $m_i \geq 0$  sada zamijenjen s uvjetom  $m_i \geq -m_d$ .

Xi et al. (2005) razmotrili su još jedan, realističniji granični uvjet, gdje ograničenje nije nametnuto individualnom dugu svakog agenta, već na ukupni dug svih agenata u sustavu.

Ovo je izvršeno preko stope obvezne pričuve  $R$ . Banke su po zakonu obvezne izdvojiti dio  $R$  od novca deponiranog na bankovne račune, dok se preostali dio  $I - R$  može dodatno posuditi. Ako je početna količina novca u sustavu (novčana osnovica)  $M_b$ , tad se uz ponovljene zajmove i zaduživanje, ukupan iznos pozitivnog novca raspoloživog agentima povećava na  $M = M_b/R$ , gdje se faktor  $I/R$  naziva novčani multiplikator (McConnell & Brue, 1996).

Na ovaj način banke "stvaraju" novac. Dodatni novac se stvara iz povećanja ukupnog duga u sustavu. Maksimalni ukupni dug dan je sa  $D = M_b/R - M_b$  i ograničen je faktorom  $R$ . Kad je dug maksimalan, ukupni iznosi pozitivnog,  $M_b$ , i negativnog,  $M_b(I - R)/R$ , novca cirkulira među agentima u sustavu, tako da u modelu kojeg su razmatrali Xi et al. (2005) postoje dva ograničenja u sustavu.

### 3.6.2. Statistička mehanika distribucije bogatstva

U ekonofizičkoj literaturi o modelima razmjena izrazi "novac" i "bogatstvo" često se koriste kao sinonimi. Međutim, ekonomisti ističu razliku između ta dva pojma. U ovom potpoglavlju pregledat će se modeli distribucije bogatstva, za razliku od distribucije novca.

#### Modeli s očuvanom robom

Koja je razlika između novca i bogatstva? Dragulescu i Yakovenko (2000) tvrde da je bogatstvo  $\omega_i$  jednako novcu  $m_i$  plus drugoj imovini koju agent  $i$  ima. Ta imovina može uključivati trajnu materijalnu imovinu, kao što su kuće i automobili, te financijske instrumente, kao što su dionice, obveznice i financijske opcije. Novac (papirnata gotovina, bankovni računi) je uglavnom likvidan i brojiv. Međutim, imovina nije odmah likvidna i mora se prvo prodati, odnosno pretvoriti u novac, da bi se koristila za druge kupnje. Da bi se procijenila novčana vrijednost imovine, potrebno je znati njezinu cijenu  $p$ . U najjednostavnijem modelu, razmotrit će se samo jednu vrstu imovine, primjerice, dionice  $s$ . Tada je bogatstvo agenta  $i$  dano sa:

$$\omega_i = m_i + p s_i.$$

Pretpostavlja se da je cijena  $p$  zajednička svim agentima i uspostavljena nekom vrstom tržišnog procesa, kao što je dražba, i da se može s vremenom promijeniti (Yakovenko & Rosser, 2008).

Ispravno je krenuti s modelom u kojem su ukupni novac  $M = \sum_i m_i$  i ukupne dionice  $S = \sum_i s_i$  očuvane. Agenti plaćaju novac da bi kupili dionice i prodaju dionice da bi dobili novac, itd. Iako su  $M$  i  $S$  očuvani, ukupno bogatstvo  $W = \sum_i s_i$  generalno nije očuvano (Chatterjee & Chakrabarti, 2006). Ovo je značajna razlika u odnosu na modele s prijenosom novca između agenata. Bogatstvo  $\omega_i$  agenta  $i$  koji ne sudjeluje u transakcijama može se promijeniti kad transakcije između ostalih agenata definiraju novu cijenu  $p$ . Štoviše, bogatstvo  $\omega_i$  agenta  $i$  ne mijenja se nakon transakcije s agentom  $j$ . U zamjenu za plaćanje novca  $\Delta m$ , agent  $i$  dobiva dionicu  $\Delta s = \Delta m/p$ , stoga njegovo bogatstvo ostaje jednako. Teoretski, agent može odmah prodati dionice po istoj cijeni i vratiti plaćeni novac. Ako se cijena  $p$  nikad ne promijeni, tada bogatstvo  $\omega_i$  svakog agenta ostaje konstantno, unatoč transferu novca i dionica između agenata (Yakovenko & Rosser, 2008).

Vidimo da je preraspodjela bogatstva u ovom modelu izravno povezana s fluktuacijama cijena. Matematički model tog procesa je istraživao u radu Silvera et al. (2002). U ovom modelu agenti slučajno mijenjaju preferencije za dio svog bogatstva uloženog u dionice. Kao rezultat toga, neki agenti nude dionicu za prodaju, a neki je žele kupiti. Cijena  $p$  se određuje na temelju aukcije tržišnog čišćenja<sup>33</sup> koja se podudara s ponudom i potražnjom. Silver et al. (2002) su u računalnim simulacijama pokazali i analitički dokazali koristeći teoriju Markovljevih procesa da je stacionarna raspodjela  $P(\omega)$  bogatstva  $\omega$  u ovom modelu dana Gama distribucijom<sup>34</sup>:

$$P(m) = c m^\beta e^{-mT}.$$

Pored jednostavnijih modela obrađenih u ovom podpoglavlju, u literaturi susrećemo i modele sa stohastičkim rastom bogatstva u kojima je vremenska evolucija bogatstva dana stohastičkom diferencijalnom jednačinom, kao npr. u radu Bouchauda i Mezarda (2000). Ovi modeli su izrazito složeni stoga su sadržajem izvan okvira ovog diplomskog rada.

---

<sup>33</sup> engl. market-clearing

<sup>34</sup> Gama distribucija je generalizacija eksponencijalne distribucije. Neka je slučajni pokus ponavljanje događaja u vremenu s zadanim konstantnim intezitetom ( $\lambda$ ). Slučajna varijabla koja daje vrijeme potrebno da se događaj dogodi određeni broj puta ( $\alpha$ ) ima gama distribuciju s parametrima  $\alpha$  i  $\lambda$ .

### 3.6.3. Teoretski modeli distribucije dohotka

Dohodak je priljev novca po jedinici vremena agentu  $i$ . Ako je novčana ravnoteža  $m_i$  analogna energiji prihod  $r_i$  bi bio analogan snazi, koja predstavlja energetska protok po jedinici vremena. Dakle, treba konceptualno razlikovati distribucije novca i prihoda. Dok se novac redovito prenosi od jednog agenta do drugog u parnim transakcijama, nije tipično da agenti trguju dijelovima svojih prihoda. Ipak, neizravni prijenos dohotka može se dogoditi kad je jedan zaposlenik unaprijeđen, a drugi degradiran uz fiksni ukupni godišnji proračun, ili kada jedna tvrtka dobije ugovor, a druga ga izgubi i sl (Yakovenko & Rosser, 2009).

Optimalni pristup dohotku koji ima dugu tradiciju u ekonomskoj literaturi je tretirati individualni dohodak  $r$  kao stohastički proces i proučavati njegu distribuciju vjerojatnosti. Općenito, mogu se proučavati Markovljevi procesi<sup>35</sup> generirani s matričnim tranzicijama od jednog dohotka do drugog. U situaciji kad se dohodak  $r$  mijenja za maleni dio  $\Delta r$  u vremenskom periodu  $\Delta t$ , Markovljev proces se može tretirati kao dohodovni difuzijski proces (Silva & Yakovenko, 2005). Ovaj proces je sličan Boltzmann-Gibbsovom eksponencijalnom procesu koji je spomenut u modelima za distribuciju novca. Iako su novac i prihod različiti pojmovi, mogu imati slične distribucije, jer njima upravljaju slični matematički principi (Yakovenko & Rosser, 2009).

### 3.6.4. Ostale mogućnosti primjene statističke mehanike u ekonomiji

Osim navedenih distribucija, primjena statističke mehanike u ekonomiji nudi još neke zanimljive i egzotične mogućnosti koje će se obraditi u ovom podpoglavlju.

#### Ekonomске temperature u različitim zemljama

Distribucije novca, bogatstva i dohotka su često opisane eksponencijalnim funkcijama za većinu stanovništva. Ove eksponencijalne distribucije karakteriziraju parametri  $T_m$ ,  $T_w$ ,  $T_r$ , koji su matematički analogni temperaturi u Boltzmann-Gibbsovoj distribuciji. Vrijednosti ovih parametara, koje su prikupljene iz empirijskih podataka, općenito se razlikuju za

---

<sup>35</sup> U teoriji vjerojatnosti, stohastički proces ima Markovljevo svojstvo ako buduća raspodjela vjerojatnosti procesa, za dano trenutno stanje i sva prošla stanja, ovisi samo o trenutnome stanju i niti o jednom drugome prethodnom. Markovljevo svojstvo se obično naziva Markovljev proces, i može biti opisano kao Markovljevo.

različite zemlje, tj. različite zemlje imaju različite ekonomske “temperature” (Yakovenko, 2008).

Primjerice, u svom radu Dragulescu i Yakovenko (2001) utvrdili su da je američka dohodovna temperatura 1998. godine bila 1,9 puta viša od dohodovne temperature u Velikoj Britaniji, koristeći tečaj prema funti u to vrijeme. Također, bilo je odstupanja od  $\pm 25\%$  između temperatura dohotka različitih država unutar SAD-u

U fizici, razlika u temperaturama dopušta stvaranje termalnog stroja. U svom radu Dragulescu i Yakovenko (2000) tvrde da razlika u temperaturi novca ili dohotka između različitih zemalja dopušta da se izvuče dobit u međunarodnoj trgovini. U teoriji, cijene robe trebaju biti razmjerne temperaturi novca ili dohotka, jer inače ljudi ne mogu priuštiti kupnju te robe. Dakle, međunarodna trgovačka tvrtka može kupiti robu po niskoj cijeni  $T_1$  u zemlji “niske temperature” i prodati ih po visokoj cijeni  $T_2$  u zemlji s “visokom temperaturom”. Razlika tih cijena  $T_2 - T_1$  bile bi dobit trgovačke tvrtke.

U tom procesu novac, koji predstavlja analog energije, teče iz zemlje “visoke temperature” u zemlju “niske temperature”, u skladu s drugim zakonom termodinamike, dok proizvodi teku u suprotnom smjeru. Ovaj proces dobro reprezentira ono što se događa u današnjoj globalnoj ekonomiji. sada. U tom okviru, trajni trgovinski deficit SAD-a posljedica je drugog zakona termodinamike i razlike u temperaturama između SAD-a i zemalja s “niskim temperaturama”, kao što je Kina (Yakovenko, 2008).

#### Društvena segregacija i legura

U svom poznatom radu Schelling (1971, navedeno u Yakovenko, 2008) predložio je danas slavni matematički model segregacije. U razmatranje je uzeo rešetku, u kojoj mjesta mogu zauzimati agenti dvaju tipova, npr. Afroamerikanci i bijelci u problemu rasne segregacije. Pokazao je da, ako agenti imaju neku probabilističku sklonost prema susjedima iste vrste, sustav se spontano odvaja<sup>36</sup> u crna i bijela susjedstva. Ovaj je matematički model sličan Isingov modelu, popularnom modelu za proučavanje faznih prijelaza u fizici. U ovom modelu, svako mjesto u rešetki zauzima magnetski atom, čiji magnetski moment ima samo dvije moguće orijentacije, prema gore ili prema dolje. Energija interakcije između dva susjedna atoma ovisi o tome pokazuju li njihove magnetske trenutke točke u istom ili

---

<sup>36</sup> drugi naziva za ovo odvajanje je segregacija

suprotnom smjeru. U jeziku fizike, segregacija koju je pronašao Schelling predstavlja a fazni prijelaz u ovom sustavu (Yakovenko, 2008).

Drugi sličan model je binarna legura, mješavina dva elementa koji se međusobno privlače ili odbijaju. U svom radu Mimkes (1995 navedeno u Yakovenku, 2008) uočava da je ponašanje stvarne binarne legure zapanjujuće slično socijalnoj segregaciji. Ova matematička analogija se s vremenom i dalje razvijala i uspoređivala s društvenim podacima. Zanimljivi koncepti, kao što su krivulja suživota između dvije faze i granica topljivosti, također su uočeni Potonji koncept znači malu količinu jedne tvari koja se se otapa u drugoj do neke granice, ali razdvajanje faza (segregacija) se počinje razvijati za više koncentracije. Bogato iskustvo fizičara u rješavanju faznih prijelaza i legura može bitikorisne za praktičnu primjenu takvih modela (Yakovenko, 2008).

#### **4. MOGUĆNOSTI DALJNJEG RAZVOJA EKONOFIZIKE**

Ekonofizički pokret postoji tek dvadesetak godina, stoga potencijal za razvoj ove mlade i donekle neistražene znanosti itekako postoji. Pojačan interes znanstvene zajednice posljednjih godina za ekonofiziku tome ide u prilog, posebno s obzirom na to da otvara novu perspektivu rješavanja problema iz ekonomije, koja je velikim dijelom i obrađena u ovom diplomskom radu. U ovom poglavlju će fokus biti stavljen na mogućnosti unaprjeđivanja ekonofizike kao i na pogled što nudi budućnost ekonofizike. Ipak, prije svega obrađene će biti snage i slabosti ekonofizike, kako bi se konkretno prikazao njen današnji status te koje prednosti i ograničenja može donijeti nastavak njenog korištenja u ekonomskoj praksi.

##### **4.1. Snage i slabosti ekonofizike**

Znanstvena zajednica je kroz godine angažmana oko ekonofizike shvatila koje mogućnosti nudi te da na jedan moderan i zanimljiv način otvara vrata rješavanju ekonomskih problema. Ipak, osim što su zamijećene mnoge prednosti korištenja metoda iz fizike za rješavanje problema iz ekonomije, ovakav pristup je s godinama naišao i na brojne kritičare, stoga će se u ovom podpoglavlju obraditi oba gledišta.

#### 4.1.1. Snage

Kao što studije pokazuju, ekonofizičari imaju dobro znanje o trenutnim gospodarskim problemima i na raspolaganju imaju metode koje dopuštaju njihovo dublje ispitivanje. Njihova ispitivanja tržišta stvaraju relativno dugu vremensku seriju, što je osnovni uvjet za učinkovita primjena metoda fizike. Široko područje empirijskih istraživanja popraćeno je prilično brzim napretkom u teoriji. Ovo istraživanje je dvosmjernog karaktera. S jedne strane, ono što se testira jest logička koherentnost i ispravnost tradicionalnih ekonomskih modela, dok se s druge strane pojavljuje mogućnost razvoja inovativnih, izvornih teorija. Neke primjene ekonofizike u praksi rezultirale su iznenađujućim rezultatima koji se mogu smatrati novim ekonomskim zakonima. To dovodi do potrebe za odbacivanjem ili izmjenom mnogih ekonomskih dogmi koje se ne susreću pri suočavanju sa stvarnošću. Tradicionalne pretpostavke u ekonomskom modeliranju, kao što su linearnost ili konvergencija do ravnoteže, nisu dostatne za opis tržišta u razvoju i gospodarstava (Jakimowicz, 2016).

Još jedna prednost koja proizlazi iz primjene fizičkih metoda fizike po mišljenju Gawrońskog (1958, navedeno u Jakimowicz 2016) je što čine ekonomska razmatranja specifičnijima. On je kritizirao tradicionalnu ekonomiju pomoću metoda iz fizike na temelju toga što nije bilo prostora za pratiti nesigurnost u ljudskom ponašanju. Psihološka opterećenja istraživača značajno utječu na praksu znanosti. Ona rezultiraju iz specifičnog svjetonazora, tradicionalizma, političke orijentacije, utjecaja okoliša ili čak vlastitog temperamenta. Takvo opterećenje ekonomskog teoretičara svakako je teže nego u slučaju fizičara. Logičan zaključak za pretpostavku da ćešire mogućnosti primjene metoda iz fizike pomoći ekonomistima odbaciti nepotrebnu ideološki teret, čime se povećava transparentnost rasuđivanja i približava istraživača bliže istini.

Ekonofizika ne pokušava prilagoditi opažanja *a priori* modelima, već ispituje mehanizme djelovanja stvarnih ekonomskih sustava. Ovakav pristup je uzrokovao odgađanje očekivane integracije ekonomije i ekonofizike, što je rezultiralo time da se danas one smatraju dvjema odvojenim znanostima. To je ujedno i razlog zašto ekonofizika i dalje ima marginalni utjecaj na ekonomiju (Jakimowicz, 2016).

Kritika Gawrońskog (1958, navedeno u Jakimowicz 2016) oko veze ekonomije sa stvarnošću dramatično je potvrđena tijekom globalne financijske krize. Suvremena ekonomija nije bila u stanju predvidjeti krizu, što je rezultiralo ogromnim gubicima poslovnih subjekata. Bliži

odnosi ekonofizike sa stvarnošću mogu značajno poboljšati točnost poslovnih predviđanja, ako se percipiraju na vrijeme. Iz tog razloga perspektiva ekonofizike ulijeva optimizam, iako je to znanost koja tek nastaje.

Postoji dilema može li itko istinski modelirati ekonomski/financijski sustav i fenomene smisleno, ali snaga ekonofizike je u njenoj interdisciplinarnosti. Ona nudi različite perspektive i pristupe proučavanju i modeliranju gospodarskih sustava, poboljšavajući i unaprijeđujući glavnu ekonomsku analizu. *Post hoc* analiza podataka i interpretacija te *ad hoc* predviđanje ekonomskih fenomena dva su pristupa koja se međusobno nadopunjuju, od kojih potonji može snažno utjecati na status i prihvaćanje ekofizike i njezinih metoda, približavajući ih tako da postanu bitni dijelovi ekonomije.

Standardni ekonomski pristup pripisuje znatnu inteligenciju agentima u procesu donošenja odluka, kako u smislu informacija koje prikupljaju, tako i kroz pravila koja se koriste za obradu tih informacija. Osnovno pravilo ponašanja agenta u ekonomiji je ono racionalnog agenta, za koji se pretpostavlja da ima potpune informacije o odlukama koje je potrebno donijeti i donosi optimalan izbor s obzirom svoje agentske ukuse i preferencije. Najvažniji izazov ovom pristupu dolazi kada odluke ne ovise o sveznajućoj *cost-benefit* analiza izoliranih agenata s fiksnim ukusima i preferencijama, već kada odluka određenog agenta djelomično izravno ovisi o tome što drugi akteri rade. U takvim situacijama, koje su vjerojatno pravilo, a ne iznimka u društvenim okruženjima, ne samo da izbori uključuju mnoge opcije za koje bi bilo nemoguće izračunati troškove i koristi (npr. koje prijatelje zadržati, koji posao tražiti, koju igru igrati itd.), već se sklonosti samih agenata razvijaju tijekom vremena ovisno o onome što drugi rade.

U potpunoj suprotnosti s ekonomijom, “nulti model” ekonofizike je model čestica agentovog ponašanja. Čestice naravno djeluju slučajno, po definiciji ne mogu djelovati s namjerom i ne mogu učiti ne mogu učiti. To je prilično doslovno ‘nulti model’, koji namjerno pretpostavlja što je moguće manje, da bi se identificirale općenite karakteristike kolektivnog ljudskog ponašanja (Ormerod, 2010).

Ovaj kontrast dovodi do golemog jaza između ekonomije i ekofizike. S jedne strane, u ekonomskom ‘nultom modelu’ ponašanja agenata pretpostavlja se potpuna racionalnost i optimiziranje ponašanja, koje se zatim modificira kako bi ga učinio realnijim ograničavajući skup dostupnih informacija. S druge strane, u ekonofizici ‘nulti model’



pretpostavlja doslovno nulu inteligencije, postulat koji se potom može modificirati tako da se agentima daju ograničene sposobnosti za prikupljanje i obradu informacija. Ovo je sigurno velika prednost i snaga ekonofizike jer se jednostavno realnije opisuje ljudsko ponašanje i odluke agenata.

Štoviše, zapravo postoji velik broj dokaza koji ukazuju na to da je ponašanje agenta u mnogim društvenim i ekonomskim kontekstima mnogo bliže 'nultom modelu' ekonofizike nego ekonomskom. Mnogo literature u drugim društvenim znanostima kao što su psihologija, sociologija te antropologija sugerira da je to slučaj (Ormerod, 2010).

### **Bolje empirijske činjenice i širi probabilistički okvir u financijama**

Snažna točka ekofizike jest njezina sposobnost da objasni empirijske činjenice koje sama ekonomija ne uspijeva objasniti. Da bi se novi pristup uspostavio kao nova referentna točka za disciplinu, on ne samo da mora generalizirati postojeće rezultate starog pristupa, nego također mora bolje objasniti opažene empirijske činjenice (uključujući one koje se ne mogu objasniti starim pristupom). Ekonofizika se pojavila s novim alatima: stvaranjem novih podataka i novih matematičkih alata omogućila je točnije promatranje i zatim transformirala nekoliko odstupanja u anomalije. Prema tome, ekofizičari naglašavaju postojanje niza empirijskih činjenica koje suvremena ekonomija ne objašnjava (Jovanovic & Schinckus, 2013).

Prva empirijska činjenica koja je proizašla iz ekonofizike je korištenje stabilnih Levyjevih procesa za izravan opis evolucije financijskih podataka, s obzirom na činjenicu da se cijene na financijskim tržištima mijenjaju češće i urednije nego što se pretpostavlja Gaussovom okvirom na kojem je uspostavljena financijska ekonomija.

Druga empirijska činjenica koju vrijedi istaknuti u ovom kontekstu je postojanost volatilnosti. Sedamdesetih godina prošlog stoljeća, kad su financijski ekonomisti stvorili svoj okvi teorijski nisu postojali ekonometrijski alati koji bi mogli pomoći autorima identificirati postojanost volatilnosti. Prema tom okviru, koji se temelji na Gaussovoj distribuciji, ne postoji memorija između povrata na burzi. Počevši od 1980-ih, ekonometrijski alati su predloženi, koji pokazuju da volatilnost ima polako opadajuće autokorelacije koje pokazuju ovisnost između prinosa na burzi.

Treća ekonofizička empirijska činjenica je klasteriranje volatilnosti. U Gaussovom okviru, može se očekivati vrlo ujednačena vremenska raspodjela velikih i malih fluktuacija. U svom radu Shiller (1981, navedno u Jovanovic & Schinckus, 2013) originalnom upotrebom martingale-modela promatrao je nekoliko razdoblja velikih i malih fluktuacija koja nisu u skladu s Gausovim okvirom. Drugim riječima, razdoblja intenzivnih fluktuacija i malih fluktuacija imaju tendenciju da se zajedno grupiraju. Ekonofizički alati su poslužili kao sredstvo za utemeljenje ove empirijske činjenice.

Analiza tih empirijskih činjenica koje su predložili ekonofizičari ukazuje na sposobnost predviđanja ekonofizike. Prije svega, ova rješenja omogućuju bolje statističko razumijevanje fenomena varijabilnosti financijskih podataka. Integracija empirijskih činjenica neobjašnjenih od strane financijske ekonomije u općenitiji i širi teorijski okvir razvijen od strane ekonofizičara je argument u korist preokreta u suvremenoj financijskoj teoriji (Jovanovic & Schinckus, 2013).

#### 4.1.2. Slabosti i kritike

Kako ekonofizika dobiva na popularnosti, pojavile su se i njene kritike, ponajviše od strane ekonomista - uključujući i onih koji su usko povezani s pokretom ekonofizike. Ova dinamika održava dugogodišnju tradiciju kritiziranja alternativnih pravaca razmišljanja u različitim ekonomskim i društvenim znanostima. Mnogo kritika je korisno i konstruktivno te su već smještene u ekonofizički rad. Međutim, neke kritike proizlaze iz nepsorazuma između dva znanstvena područja, a neke iz značajnijih razlika u znanstvenim filozofijama (Yakovenko, 2008).

#### **Svijest o prijašnjoj ekonomskoj literaturi**

Jedna kritika koja se pojavljuje u dostupnoj literaturi, a kao primjer vrijedi istaknuti rad Gallegatija et al. (2006), je da fizičari nisu svjesni prethodne ekonomske literature i ponovno otkrivaju već poznate rezultate ili ignoriraju dobro utemeljene pristupe. Za rješavanje ovog problema korisno imati na umu da je sama znanost složen sustav, a znanstveni napredak je evolucijski proces. More znanstvene literature je ogromno, i niti jedan znanstvenik ne zna sve. Ponovno otkrivanje zakonitosti u prirodnom i društvenom svijetu samo potvrđuje njihovu valjanost. Neovisno ponovno otkrivanje obično donosi različitu perspektivu, širi raspon primjenjivosti, veću točnost i bolji matematički tretman, tako da postoji napredak čak i kada

se određeni rezultati preklapaju s prethodnim rezultatima. Fizičari su zahvalni ekonomistima što su donijeli relevantne i specifične reference na njihovu pozornost. Od početka moderne ekofizike otkrivene su mnoge stare reference koje se sada rutinski navode (Yakovenko, 2008).

### **Ovisnost o analizi vizualnih podataka**

Gallegati et al. (2006) kritiziraju ekonofizički pokret i na temelju grafičke analize podataka. Naime, ekonofizičari često preferiraju grafičku analizu podataka u odnosu na formalno i rigorozno testiranje koje je propisano matematikom i statistikom, kojeg preferiraju ekonomisti. Yakovenko (2008) ističe da se ova kritika protivi trendu svih znanosti da koriste sve sofisticiraniju vizualizaciju podataka za otkrivanje zakonitosti u složenom sustavu. Dobra vizualizacija je iznimno korisna u identifikaciji trendova kod složenih podataka, koji se zatim mogu prilagoditi matematičkoj funkciji.

Međutim, za složeni sustav, takvo uklapanje ne treba očekivati s beskrajnom preciznošću. Temeljni zakoni fizike, kao što su Newtonov zakon gravitacije ili Maxwellove jednadžbe, vrijede s ogromnom preciznošću. Međutim, zakoni u fizici kondenzirane materije, koje eksperimentatori otkrivaju kombinacijom vizualne analize i prilagodbe, obično imaju puno nižu preciznost, u najboljem slučaju oko 10%. Većina tih zakona ne bi ispunili formalne kriterije matematičke statistike. Ipak, ti približni zakoni su iznimno korisni u praksi, i svakodnevni uređaji koji su napravljeni na temelju tih zakona rade vrlo dobro za društvo u cjelini (Yakovenko, 2008).

### **Teoretsko modeliranje novca, dohotka i bogatstva**

Pored spomenutih kritika, postoje i autori koji direktno kritiziraju modele s distribucijama novca, dohotka i bogatstva. Kao primjer vrijedi izdvojiti rad Anglina (2005). U njemu je istaknuto da mnogi ekonomski radovi nespretno koriste ili zloupotrebjavaju termine za novac, bogatstvo i dohodak. Istina je da je terminologija u mnogim radovima neuredna i treba je preraditi, ali postoje i mnogi radovi koji mogu poslužiti kao referentna točka za ispravnu terminologiju i jasnu distinkciju između ovih ideja, poput rada Dragulescu i Yakovenka (2000).

### **Dobne varijable**

Ekonofizički modeli obično ne sadrže dobne varijable, što znači da oni uzimaju u obzir besmrtni agenti, koji traju vječno, baš kao i atomi (Jakimowicz, 2000). S druge strane, u

ekonomiji je očigledno da su promjene dohotka i bogatstva funkcija više agenata, što se uzima u obzir u modelima s preklapajućim generacijama (Savoie, 2009 kako je navedeno u Jakimowicz, 2000).

### **Veliki igrači**

Dodatne optužbe ekonofizici su pridane od Roehnera (2010), koji tvrdi da ekonofizičari koji ispituju financijska tržišta izostavljaju ulogu velikih igrača, kao što su velike banke, međunarodne financijske institucije, velike korporacije, veliki investicijski fondovi, utjecajne medijske korporacije ili moćne vladine organizacije. Ignoriranje uloge tih makro-igrača svakako otežava, ili čak onemogućuje, ispitivanje mnogih financijskih, ekonomskih i društvenih pojava. Za usporedbu, u fizici, to bi značilo eliminaciju vanjskih sila, što bi rezultiralo izolacijom svih sustava iz okoliša i fokusiranja na endogene interakcije. Svi ekonofizičari nisu svjesni istinske prirode financijskih tržišta i borbe za novac koji se odvija iza kulisa ekonomskog života.

### **4.2. Prijedlozi za daljni razvoj ekonofizike**

Jasno je da je ekonofizika proces u trajanju; prema svemu sudeći ovaj pokret neće prestati u bliskoj budućnosti, bez obzira na dugoročnu evoluciju. Međutim, komplicirana priroda međudjelovanja između ekonomije i fizike koja se dogodila u prošlosti također je vrlo izgledan scenarij za budućnost. Ova komplicirana interakcija ponavlja širi obrazac znanstvenog razvoja gdje različite discipline utječu jedna na drugu kroz teoriju kompleksnosti i druge multidisciplinarnе ideje. Nadalje, interakcije ne postoje samo između ekonomista i fizičara, već između biologa, ekonomista i fizičara, kao i između nekih drugih disciplina (Rosser, 2006). S obzirom na mladost ove interdisciplinarnе grane, postoje mnoge mogućnosti kako ju unaprijediti.

Jedna od primarnih zadaća bila bi bolje mjerenje socijalnih interakcija. Mnogi su ekonomski fenomeni zapravo društveni učinci. Primjerice, širenje modnog trenda ili panike populacijom ima malo veze s mikro ili makroekonomijom, ali je svejedno uvjetovana prirodom i jačinom društvenih veza između agenata. Zbog toga bi ekonofizičari trebali učiti kako mjeriti te društvene interakcije.

Ipak, puno važnije je testiranje modela. Postupak ispitivanja modela mora se poboljšati ako se u ovom znanstvenom području želi konvergirati prema nekim osnovnim načelima. Ključno je

pitanje kako bi se takvi testovi trebali provoditi. Prije svega, može se primijetiti da je samo postojanje ekonofizike dovelo do značajnog poboljšanja po ovom pitanju. Ekonofizičari su tijekom proteklih 15 godina predložili mnoga inovativna predviđanja, posebno za cijene nekretnina i cijene na burzi (Roehner, 2010).

Potreba za obnovom ekonomije posebno je važna u razdoblju globalne financijske krize. Zamjena tradicionalne ekonomije ekonofizikom predstavlja zanimljiv pokušaj poticanja znanstvenog napretka u mekim znanostima. Međutim, ovo rješenje ima nekoliko slabosti koje su detaljno analizirane u radu Rossera (2008). Prije svega, ekonofizičari pridaju mnogo viši stupanj originalnosti i inovativnosti svom radu nego što zaslužuje. Drugo, ekonofizičari ne koriste statističku metodologiju koja je dovoljno sofisticirana u odnosu na ekonometriju. Treće, ekonofizičari pretražuju podatke za univerzalne empirijske zakonitosti koje vjerojatno ne postoje. Četvrto, teorijski modeli koje koriste su problematični i podložni mnogim ograničenjima.

Prema Rosseru (2008), prva tri argumenta su uglavnom opravdana. Prvi problem će nestati s vremenom, pošto ekonofizičari teže boljem poznavanju relevantne literature; štoviše, oni također rade zajedno s ekonomistima. Dokaza za postojanje univerzalnosti u podacima vrlo je malo, posebno u pogledu distribucije dohotka i bogatstva. Ekonofizičari inače rijetko primjenjuju sofisticirane statističke testove kako bi potvrdili empirijsku sveprisutnost fenomena skaliranja u ekonomskim podacima. Situacija je drugačija što se tiče četvrtog argumenta koji je samo djelomično opravdan. Može se primijeniti na većinu ekonofizičkih modela, koji su najčešće čisti modeli razmjene. Međutim, ne primjenjuje se u ekonomskim teorijama na temelju statističke mehanike. Prijenos ideja iz statističke mehanike u ekonomiju dopušta uspostavljanje modela koji dopuštaju proizvodnju, ali oni moraju biti formulirani na osnovi informacijske entropije.

U svom radu Jovanovic i Schinckus (2013) pažnju pridaju budućoj disciplinarnoj dimenziji ekonofizike i zaključuju da bi ekonofizika mogla evoluirati u integriranije znanstveno polje. Prema autorima, transdisciplinarna ekofizika podrazumijevala bi integrativniji pristup u kojem bi ekonofizičari i ekonomisti dijelili zajedničko konceptualnu shema koja nadilazi obje discipline. Ova "integrativna dimenzija" odnosi se na dvije vrste integracije: s jedne strane, metodološku integraciju iz koje bi se proizveo zajednički konceptualni okvir te, s druge strane, sociološku integraciju, koja znači da teoretičari iz uključenih disciplina idu izvan njihovih kulturnih razlika kako bi zajedno radili u zajedničkom projektu.

Stvaranje transdisciplinarnog polja zahtijeva da se svako polje prilagodi svakoj od perspektiva njihovih pojedinačnih disciplina. Ta prilagodba podrazumijeva integraciju teorijskih ograničenja u svakoj disciplini tako da novi zajednički konceptualni okvir ima smisla u svakoj disciplini.

Možemo očekivati da će ekonofizika metodom statističke fizike i dalje doprinositi ekonomiji u različitim smjerovima, od makroekonomije do mikrostrukture tržišta, te da će takav oblik rada imati sve veće posljedice za stvaranje ekonomske politike. Neki od novih trendova i novih prilika za ekonofiziku su nova konstrukcija ekonomskih i društvenih indeksa<sup>37</sup> (od indeksa potrošačkih cijena ili CPI-ja pa do indeksa ljudskog razvoja ili HDI-ja), fizika različitih distribucija, konvergencije i divergencije na mikro tržištu, spektar evolucije za makro-tržište s najboljim rezultatima u nižim transakcijskim troškovima i učinkovitijim strategije; koji su tipični za fizičke sustave s brojnim interakcijskim jedinicama, ekonodinamičko inženjerstvo itd. (SavoIU & Iorga-Siman, 2008)

Koristeći metodologiju primijenjenu u fizici koja je opsežno dokumentirana u literaturi, ekonofizika može ići naprijed i olakšati integriranu analizu na temelju uvida u obje discipline, s glavnim prednostima globalnog razumijevanje ekonomskih financijskih pojava. To se može učiniti unutar konceptualnog okvira fizike, ali bez zanemarivanja koncepata, teorije i paradigme koje su se pokazale djelotvornima u području ekonomije i financija. S ovom vrstom kombinacije ekonofizika postaje puno snažnija i daje potpuno razumijevanje stvarnih implikacija pojava, što predstavlja njenu glavnu mogućnost (Bentes, 2010).

Ovakva perspektiva je u skladu s univerzalnošću koju pokazuje opća uporaba fizike, a koja naglašava da određeni poredak može postojati u koji čini ovu generalizaciju mogućom. Dakle, postoje razlozi za zaključak da ovi pristupi moraju biti komplementarni, a ne suprotstavljeni, iako se često čini da su u konfliktu jedan s drugim (Bentes, 2010).

Ipak, ne može se očekivati da će ekonofizika zamijeniti ekonomiju ili da se značajan dio ekonomije može apsorbirati iz fizike. Nesumnjivo, ekonofizika je često u pravo u kritiziranju ekonomije, ali ovaj odnos je istinit i u drugom smjeru. Treba pretpostaviti da će unatoč ograničenjima, od kojih su mnoga spomenuta, ekonofizika igrati značajnu ulogu u transformaciji ekonomije.

---

<sup>37</sup> U literaturi se još naziva i indeksna fizika

## 5. ZAKLJUČAK

Invazija fizičara u ekonomiju i financije u posljednjih dvadesetak godina je fascinantan fenomen. Samim time je izazvana i javna rasprava o ulozi i budućoj perspektivi ekonofizike, koja pokriva i teorijska i empirijska pitanja. Poznati ekonofizičar Joseph McCauley izjavio je da će ekonofizika istisnuti ekonomiju da sveučilišta i iz učionica jer gradivo koje se uči iz ekonomije funkcionira (Ball, 2006 navedeno u Yakovenko, 2008). Iako ima istine u njegovim argumentima, pažnju treba posvetiti može manje radikalnom scenariju.

Ekonofizika u budućnosti može postati grana ekonomije - na isti način kao i teorija igara, psihološka ekonomija te modeliranje bazirano na agentima. Ove grane imaju svoje specifične interese, metode, filozofiju i časopise. Kad se priljev novih ideja iz drugog znanstvenog polja dogodi, glavni doprinos se često ne sastoji u odgovaranju na stara pitanja, već u postavljanju novih pitanja i stvaranju novih rasprava. Mnogo nerazumijevanja između ekonomista i fizičara se događa ne zato što se odgovori razlikuju, već zato što se odgovaraju različita pitanja.

Klasična ekonomija posjeduje mnoge manjkavosti, poput savršeno racionalnih agenata i savršeno učinkovitih tržišta, a ekonofizika ograđivanjem od tih idealizacija i analogijom s fizičkim sustavima približava ekonomske modele stvarnosti što joj je to jedna od najvećih prednosti. Iako ekonomija i fizika posjeduju mnoge sličnosti poput mogućnosti da se proučavani sustavi mogu opisati statistički i determinističkim procesima, fizika je ipak prirodna, a ekonomija društvena znanost i može se očekivati da će suprotstavljenost između ove dvije znanosti uvijek postojati na neki način unatoč svim mogućnostima koje ekonofizika kao poveznica nudi.

Istraživanjem u ovom diplomskom radu može se zaključiti da se ekonofizika pretežno koristi u financijama, dok je njena primjena u ostalim ekonomskim poljima donekle marginalizirana. Ipak, kao sve snažnije područje djelovanja javlja se upotreba statističke mehanike za distribucije novca, bogatstva i dohotka i sasvim je sigurno da će ovom zanimljivom pravcu biti posvećeno još znanstvenog rada u budućnosti.

Vrijedi zaključiti da se ekonofizika zaista može uspješno i učinkovito koristiti u ekonomskoj praksi, a samim time je pojačan angažman znanstvenika ove znanstvene discipline u posljednje vrijeme opravdan. Svaka od metoda obrađenih u ovom radu je zanimljiva i na efektivan način rješava određene ekonomske probleme, ali i deficite. U skladu s tim, ekonofizika definitivno ima budućnost u ekonomskoj praksi, posebno u financijama, a u kojoj količini će utjecati na suvremenu ekonomsku misao ovisi i o konsenzusu između često suprotstavljenih ekonomista i fizičara koji rade u ovom polju.



## 6. LITERATURA

### Znanstveni i stručni članci

- 1) Anglin P., (2005), Econophysics of wealth distributions, *Springer*, pp. 229–238.
- 2) Ausloos, M., (2013), Econophysics: Comments on a Few Applications, Successes, Methods and Models. *IIM Kozhikode Society & Management Review* 2, 2(2) 101-115.
- 3) Bachelier L., (1900), Theorie de la speculation, *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, III-17, pp. 21-86.
- 4) Bak, P., Paczuski, M. & Shubik, M., (1997) Price variations in a stock market with many agents, *Physica A*, 246, pp. 430–453.
- 5) Bentes S.R., 2010, Econophysics: A new discipline, *Science and Culture*, 76, pp. 338-344.
- 6) Bouchaud, J.-P., Mezard, M. & Potters, M., (2002), Statistical properties of stock order books: empirical results and models, *Quant. Finance*, 2, pp. 251–256.
- 7) Burda, Z., Jurkiewicz, J. & Nowak, M. A., (2003), Is Econophysics a solid science?, *Acta Physica Polonica B*, 34, pp. 87–132.
- 8) Chakraborti A., Patriarca M. and Santhanam M.S., (2007), Financial time-series analysis: a brief overview, *Springer*, pp. 51-67.
- 9) Chakraborti A. et al., (2009), Econophysics: Empirical facts and agent-based models, *Quantitative Finance*, 11, pp. 991-1041.
- 10) Chakraborti A. et al., (2011), Econophysics review: II. Agent-based models, *Quantitative Finance*, 11(7), pp. 1013-1041.
- 11) Challet, D. & Stinchcombe, R., (2001), Analyzing and modeling 1+1d markets. *Physica A*, 300, pp. 285–299.

- 12) Chatterjee, A. & Chakrabarti B.K., (2006), Kinetic market models with single commodity having price fluctuations, *The European Physical Journal B*, 54, pp. 399–404.
- 13) Dragulescu A.A. & Yakovenko V.M. (2000), Statistical mechanics of money, *The European Physical Journal B*, 17, pp. 723–729.
- 14) Dragulescu A.A. & Yakovenko V.M. (2001), Exponential and power-law probability distributions of wealth and income in the United Kingdom and the United States, *Physica A*, 299, pp. 213–221.
- 15) Gallegati M. et al., (2006) Worrying trends in econophysics. *Physica A*, 370, pp. 1–6.
- 16) Garman, M.B., (1976), Market microstructure. *J. Financial Econ.*, 3, pp. 257–275.
- 17) Gingras, Y. & Schinckus, C., (2012), Institutionalization of Econophysics in the Shadow of Physics, *Journal of the History of Economic Thought*, 34, pp. 109 – 130.
- 18) Gode, D.K. & Sunder, S., (1993), Allocative efficiency of markets with zero-intelligence traders: market as a partial substitute for individual rationality, *J. Polit. Econ.*, 101, pp. 119–137.
- 19) Gu, G. & Zhou, W., (2009), Emergence of long memory in stock volatility from a modified Mike–Farmer model, *Europhys. Lett.*, 86, pp. 48002-1–48002-6.
- 20) Jakimowicz A., (2016), Econophysics as a New School of Economic Thought: Twenty Years of Research, *Acta Physica Polonica A*, 129(5), pp. 897-907.
- 21) Jovanovic, F. & Schinckus, C., (2013a), Econophysics: a new challenge for financial economics?, *Journal of the History of Economic Thought*, 35(3), pp. 1-35.
- 22) Jovanovic, F. & Schinckus, C., (2013b), The emergence of econophysics: A new approach in modern financial theory, *History of Political Economy*, 45(3), pp. 443–474.
- 23) Jovanovic, F. & Schinckus, C., (2013c), Towards a transdisciplinary econophysics, *Journal of Economic Methodology*, 20(2), pp. 164–183.
- 24) Kutner R. & Grech D., (2008), Report on foundation and organization of Econophysics graduate courses at faculty of physics of University of Warsaw and 27 department of physics and astronomy of the Wrocław University, *Acta Physica Polonica A*, 114 (3) , pp. 637-647.
- 25) Lambiotte R. & Ausloos M., (2006), Endo- vs. Exo-genous shocks and relaxation rates in book and music "sales", *Physica A*, 362, pp. 485-494.
- 26) Mandelbrot, B., (1963), The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36, pp. 394–419.
- 27) Maslov, S., (2000), Simple model of a limit order-driven market. *Physica A*, 278, pp. 571–578.

- 28) Mike, S. & Farmer, J.D., (2008), An empirical behavioral model of liquidity and volatility, *J. Econ. Dynam. Control*, 32, pp. 200–234.
- 29) Osborne M.F.M., (1959), Brownian Motion in Stock Markets, *Operations Research*, 7, pp. 145-173.
- 30) Ormerod, P., (2010), Econophysics and the Social Sciences: Challenges and Opportunities, *Science and Culture*, 76, pp. 345-351.
- 31) Potters, M. & Bouchaud, J.P., (2003), More statistical properties of order books and price impact, *Physica A*, 324, pp. 133–140.
- 32) Rasekhi S. & Shahrazi M., (2012), Econophysics from Theory to Application: a Case Study of Iran, *International Journal of Economics and Management Engineering (IJEME)*, 2(4), pp. 145-151.
- 33) Rickles, D., (2008), Econophysics and Financial Market Complexity, *Philosophy of Complex Systems*, 10, pp. 1-32.
- 34) Roehner R., (2010), Fifteen years of econophysics: Worries, hopes and prospects, *Science and Culture*, 76(9-10): pp. 305-314.
- 35) Rosser, J.B., (2006), The nature and future of econophysics, *Econophysics of Stock and Other Markets*, pp. 225–234.
- 36) Rosser, J.B., (2008), Econophysics and economic complexity, *Advances in complex systems*, 11(5), pp. 745-760.
- 37) Savoiu, G. and Iorga-Siman, I., (2008), Some Relevant Econophysics' Moments of History, Definitions, Methods, Models and New Trends, *Romanian Economic and Business Review* 3(3):29-41.
- 38) Silver, J., Slud, E. & Takamoto, K., (2002), Statistical equilibrium wealth distributions in an exchange economy with stochastic preferences. *Journal of Economic Theory*. 106, pp. 417–435.
- 39) Sharma, B.G. et al. (2011). Econophysics: a brief review of historical development, present status and future trends, *arXiv: 1108.0977.*, pp. 1-7.
- 40) Silva, A.C. & Yakovenko, V.M., (2005) Temporal evolution of the 'thermal' and 'superthermal' income classes in the USA during 1983–2001. *Europhys. Lett.*, 69, pp. 304–310.
- 41) Sornette D., Johansen A., & Bouchaud J.P., (1996), Stock Market Crashes, Precursors and Replicas, *J. Phys. I (France)*, 6, pp. 67-175.
- 42) Stanley H.E. et al., (1996), Can statistical physics contribute to the science of economics? *Fractals*, 4(3), pp. 415–425.

- 43) Stigler, G., (1964), Public regulation of the securities markets, *J. Business*, 37, pp. 117–142.
- 44) Sharma B.G., (2009), Application of Nonlinear Dynamics to Commodity Market and its chaotic Behavior, *Int. Res. Jr. of Lab to Lands*, 1(4), pp. 266- 270.
- 45) Turrell, A. (2016). Agent-based models: Understanding the economy from the bottom up, *Bank Of England Quarterly Bulletin Series*, pp. 173-187.
- 46) Xi, N., Ding N. & Wang Y., (2005), How required reserve ratio affects distribution and velocity of money, *Physica A*, 357, pp. 543–555.
- 47) Yakovenko V.M. and Rosser J.B., (2009), Statistical mechanics of money, wealth, and income, *Reviews of Modern Physics*, 81: pp. 1703-1725.
- 48) Yakovenko V.M., (2008), Econophysics, Statistical mechanics approach to, *Encyclopedia of Complexity and Systems Science*, pp. 2800–2826.
- 49) Wang Y., Wu J. & Di Z., (2004), Physics of econophysics, *Working Paper of Beijing Normal University*, 1025, pp. 1-23.

### **Knjige**

- 1) Mantegna, R.N. & Stanley H.E., (2000), An introduction to econophysics: correlations and complexity in finance, Cambridge University Press, New York, USA
- 2) Morgan, M. and Morrison M., (1999), Models as Mediators: Perspectives on Natural and Social Science, Cambridge University Press, Cambridge, England
- 3) Tsay, T. R. (2002), Analysis of Financial Time Series Second Edition, *Wiley Series in Probability and Statistics*

### **Internet izvori**

- 1) Chen, J. & Yakovenko V.M., (2007), Computer animation videos of money-transfer models, <http://www2.physics.umd.edu/~yakovenk/econophysics/animation>.

### **Disertacije**

- 1) Parna K., (2016), *Martingales*, Lecture Notes, Institute od Mechanical Statistics, University of Tartu.
- 2) Schinckus C., (2017), When Physics Became Undisciplined: An Essay on Econophysics. *Ph.D. Dissertation, University of Cambridge, Cambridge*.

### **Popis slika**

SLIKA 1 ILUSTRACIJA MODELA BAKA ET AL. (1997).....	35
--	----

## Popis grafikona

GRAFIKON 1 POSTOTAK ČLANAKA O EKONOFIZICI OBJAVLJENIH U PHYSICI A.....	13
GRAFIKON 2 SHEMATSKI PRIKAZ GAUSSOVE DISTRIBUCIJE	<b>Error!</b>
<b>Bookmark not defined.</b>	
GRAFIKON 3 PRIKAZ DVIJE LOGNORMALNE DISTRIBUCIJE	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
GRAFIKON 4 RAZLIČITI OBLICI STABILNE LEVYJEVE DISTRIBUCIJE	<b>Error!</b>
<b>Bookmark not defined.</b>	
GRAFIKON 5 STACIONARNA DISTRIBUCIJA $P(m)$ DOBIVENA U RAČUNALNIM SIMULACIJAMA DRAGULESCUA I YAKOVENKA (2000). .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## **Sažetak**

Ekonofizika je znanstveno polje u razvoju proteklih dvadesetak godina. Radi se o interdisciplinarnoj znanosti koja primjenjuje metode i alate iz fizike u rješavanju problema iz ekonomije. Ubrzani razvoj cjelokupnog društva doveo je do neočekivanih ideja i sinergija u ekonomiji. Zahvaljujući globalizaciji i tehnološkom razvoju, ekonomski događaji postaju vrlo složeni i teško predvidivi, zbog čega suvremena ekonomija, osim matematike i statistike, također koristi fiziku kako bi ostvarila ekonomska predviđanja. Iako je ekonomija društvena znanost, ekonomski zakoni imaju sličnosti s prirodnim zakonima, stoga upotreba fizike u ovom polju zvuči obećavajuće. U ovom radu će se obraditi mogućnosti primjene ekonofizike u ekonomskoj praksi i pokušati pokazati da ova mlada znanstvena disciplina zaista pomaže u rješavanju ekonomskih problema. Pored toga, osvrt će biti pružen na povijest i temelje ekonofizike, sve s ciljem upoznavanja s ovom još uvijek egzotičnom interdisciplinarnom znanosti.

*Ključne riječi: ekonofizika, fizika, ekonomija, praksa, povijest, metode*

## **Possibilities of applying econophysics in practice**

### **Summary**

Econophysics is a scientific field in development during the past twenty years. It is an interdisciplinary science that employs methods and tools from physics in solving economical problems. Accelerated development of the overall society has led to unexpected ideas and synergies in economics. Thanks to the globalisation and technological development, economic events become very complex and difficult to predict which is why modern economics apart from mathematics and statistics also uses physics in order to make economic predictions. Although economics is a social science, economic laws have similarities with natural laws, therefore the use of physics in this field sounds promising. In this paper the possibilities of applying econophysics to economics will be analyzed, and it will be tried to show that this young scientific discipline really helps to solve economic problems. In addition, the review will be provided to the history and foundations of economics, with the aim of getting to know this currently exotic interdisciplinary science.

*Key words: economics, physics, economics, practice, history, methods*